

Российская Федерация
Сообщество естествоиспытателей “Приближение к истине”

Науменко Ю. В.

**Развитие понятий поля, работы, момента
импульса.**

Армавир 2010

ББК 22.31
УДК 53.02
Н-34

Науменко Юрий Викторович

Развитие понятий поля, работы, момента импульса.

Армавир 2010

Является ли наша Вселенная открытой или закрытой (замкнутой)?
Совершает ли Тяготение работу по удержанию спутника на орбите?
Совершает ли работу трос, на котором висит груз?
Можно ли построить единую теорию поля, обобщая уравнения Максвелла?
Каким может быть обобщение общей теории относительности при построении единой теории поля? Содержание книги (возможно весьма спорное) освещает эти вопросы исходя из довольно неожиданных спекуляций.

Книга может представлять интерес для читателей, интересующихся фундаментальными проблемами физики и пытающихся осмыслить устоявшиеся понятия.

© Науменко Ю.В. 2010г.

*Посвящается памяти моих родителей
Науменко Валентины Сергеевны и
Науменко Виктора Ивановича*

Предисловие автора.

*“Путешествовать вдоль столбовых дорог нетрудно,”
Л. Бриллюэн.*

В книге изложены 4 статьи автора, написанные им в разное время.

В статье “Работа силы тяготения по удержанию спутника на орбите. Работа источника силы.”:

Исследуется вопрос о работе силы тяготения по удержанию спутника на орбите, поставленный Л.Е. Федулаевым в его книге “Физическая форма гравитации”.

Наряду с механической работой силы предлагается ввести понятия работы Источника силы и работы Инерции.

В статье “Возможность построения единой теории поля на основе обобщения электродинамики Максвелла.”:

Рассматривается схема построения единой теории векторных полей, разработанная автором книги на основе обобщения электродинамики Максвелла. Наиболее полно изложена в книге автора Науменко Ю.В. “Единая теория векторных полей”, Армавир 2006, Армавирское полиграфпредприятие. и на сайте автора <http://www.etvp.narod.ru> .

В статье “Квантование инвариантов тензора момента свободной частицы.”:

Рассматриваются инварианты тензора момента свободной частицы.

Обобщено уравнение Клейна-Гордона на случай свободной частицы с любым спином.

Показано, что такое уравнение связано с оператором инварианта тензора момента.

Исследована связь решений этого уравнения с моделью расширяющейся Вселенной.

В статье “Проект единой теории поля на основе обобщения ОТО.”:

Предлагается построить вариант классической единой теории поля, путем геометризации 4-фазового пространства.

Содержание статей не претендует на роль законченных теорий и отражает только мнение автора. Может быть, кого-то заинтересуют методы, которые использовал автор при рассмотрении вопросов, изложенных в этих статьях.

Автор выражает благодарность

доценту Армавирского государственного педагогического университета

кандидату педагогических наук Нескороменко В. М. и

доценту Армавирского государственного педагогического университета

кандидату педагогических наук Новикову А. Д.

за участие в обсуждении рукописи книги.

Работа силы тяготения по удержанию спутника на орбите. Работа источника силы.

Науменко Ю.В.

*Посвящается памяти моих родителей
Науменко Валентины Сергеевны и
Науменко Виктора Ивановича.*

Мне очень понравилась книга [1] философа Л.Е. Федулаева “Физическая форма гравитации”, в которой изложена методология Гегеля и мысли самого Федулаева Л.Е. о тяготении. Особенно заинтересовал параграф, посвященный работе силы тяготения по удержанию спутника на орбите.

Чтобы было понятно о чем идет речь, приведем выдержку из книги [1]:

“ Работа “пресловутой” силы тяготения

А как с работой ? Обсуждение рукописи показало, что очень многие не видят работы совершаемой “силой тяготения”. Услышать это можно и от блестящих выпускников школы, что говорит, этому учили, и от мужей ученых, которые, несомненно, над этим раздумывали, а это уже говорит, что в наших теориях затесалось что-то, что позволяет делать взаимоисключающие выводы.

Не видят работы, совершаемой силой “притяжения” по удержанию, например Луны на орбите Земли, или спутника. Работа, спрашивают Вас? Если работа, то должна и расходоваться энергия. Где она расходуется, если ни потенциальная, ни кинетическая энергия спутника не изменяется ...? Если расходуется, то должна изменяться. А раз не расходуется энергия, то само собой не совершается и работа.

Что здесь ответишь? Давайте все же приведем альтернативную точку зрения, - есть, слава богу, и такая, - и будем сопоставлять.

С кинетической энергией поступательного движения все понятно, она и не должна изменяться, сила тяготения перпендикулярна к направлению полета и не тормозит спутника.

Другое дело энергия потенциальная, - сила притяжения (при постоянных массах) определяется расстоянием между телами и постоянной потенциальная энергия будет там, где это расстояние постоянно, - совокупностью этих мест и является орбита.

Потенциальная энергия согласно гегелевской методологии не меняется потому, что спутник (за счет расходования невидимой гравитационной энергии!) перемещается в ту самую точку, где его энергия постоянна. Импульс силы (получаемое спутником количество движения) придает спутнику ускорение в направлении Земли, создание ускорения – это и есть работа силы “тяготения”. За счет этого ускорения спутник перемещается из точки “а” на касательной в точку “в” (на орбите) – вот то самое расстояние на которое в единицу времени перемещает спутник “сила пресловутого тяготения”. То, что энергию, расходуемую на перемещение спутника мы не видим, это уже другой вопрос. “

С трудом верится, что после 300 лет обсуждений в вопросе о работе силы тяготения нет ясности. Автор этой статьи решил самостоятельно разобраться в этом вопросе. После того как, составил свое мнение, написал эту статью. Может быть, кого-то заинтересует рассмотрение вопроса о работе силы тяготения (или работе любого источника силы), приведенное ниже.

п. 2. Найдем механическую работу силы тяготения при удержании спутника на орбите, используя другой подход.

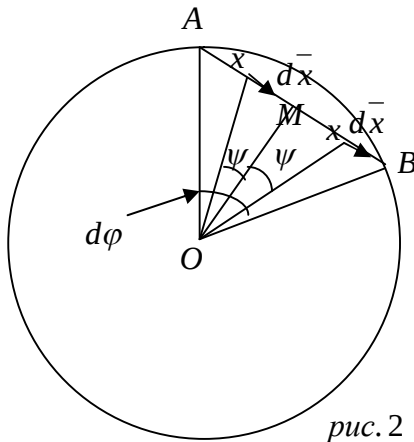


рис. 2 $\angle AOB = d\varphi, \angle AOM = \angle BOM = \frac{d\varphi}{2}$

: Здесь и далее в п.3, п.4 окружность :
: разбивается на бесконечно малые :
: элементарные участки. Но на каждом :
: элементарном участке, процесс движения :
: рассматривается в динамике. :

В течение времени dt тело движется от А к В.
На каждом из участков АМ и МВ координата x
отсчитывается от точки М.

$$AB = dl = r \cdot d\varphi, \quad AM = MB = \frac{1}{2} \cdot r \cdot d\varphi$$

$$f(A) = f = \frac{\gamma \cdot m \cdot M}{r^2}, \quad f(x) = \frac{\gamma \cdot m \cdot M}{Ox^2} \Rightarrow f(x) = \frac{f \cdot r^2}{Ox^2}$$

$$\psi = \angle xOM; \quad \alpha = \angle OxM = \frac{\pi}{2} - \psi; \quad Ox = \frac{x}{\sin \psi} \Rightarrow f(x) = \frac{f \cdot r^2 \cdot \sin^2 \psi}{x^2}$$

$$tg \psi = \frac{x}{OM} \Rightarrow x = OM \cdot tg \psi = h \cdot tg \psi \Rightarrow dx = h \cdot \frac{d\psi}{\cos^2 \psi}$$

$$\alpha = \angle OxM = \frac{\pi}{2} - \psi \quad \text{на участке } AM; \quad \alpha = \angle OxB = \frac{\pi}{2} + \psi \quad \text{на участке } MB;$$

$$d^2 A = \bar{f}(x) \cdot d\bar{x} = f(x) \cdot dx \cdot \cos \alpha$$

а) на участке АМ :

$$d^2 A = \bar{f}(x) \cdot d\bar{x} = f(x) \cdot dx \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \psi\right) = f(x) \cdot dx \cdot \sin \psi = f \cdot r^2 \cdot \sin^3(\psi) \cdot \frac{dx}{x^2}$$

$$d^2 A = f \cdot r^2 \cdot \sin^3 \psi \cdot \frac{dx}{h^2 \cdot tg^2 \psi} = f \cdot r^2 \cdot \sin^3 \psi \cdot \frac{1}{h^2 \cdot \sin^2 \psi / \cos^2 \psi} \cdot h \cdot \frac{d\psi}{\cos^2 \psi} =$$

$$= f \cdot r^2 \cdot \sin \psi \cdot \frac{1}{h} \cdot d\psi = / OM = h = r \cdot \cos \frac{d\varphi}{2} / = f \cdot r \cdot \frac{\sin \psi}{\cos \frac{d\varphi}{2}} \cdot d\psi$$

Механическая работа на участке АМ :

$$dA_{AM} = \int_0^{d\varphi/2} d^2 A = f \cdot r \cdot \frac{1}{\cos(d\varphi/2)} \cdot \int_0^{d\varphi/2} \sin \psi \cdot d\psi = -f \cdot r \cdot \frac{1}{\cos(d\varphi/2)} \cdot \left(\cos \frac{d\varphi}{2} - 1\right) =$$

$$= -f \cdot r + f \cdot r \cdot \frac{1}{\cos(d\varphi/2)}$$

б) на участке МВ :

$$d^2 A = \bar{f}(x) \cdot d\bar{x} = f(x) \cdot dx \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \psi\right) = -f(x) \cdot dx \cdot \sin \psi = -f \cdot r^2 \cdot \sin^3(\psi) \cdot \frac{dx}{x^2}$$

$$d^2 A = -f \cdot r^2 \cdot \sin^3 \psi \cdot \frac{dx}{h^2 \cdot tg^2 \psi} = -f \cdot r^2 \cdot \sin^3 \psi \cdot \frac{1}{h^2 \cdot \sin^2 \psi / \cos^2 \psi} \cdot h \cdot \frac{d\psi}{\cos^2 \psi} =$$

$$= -f \cdot r^2 \cdot \sin \psi \cdot \frac{1}{h} \cdot d\psi = / OM = h = r \cdot \cos \frac{d\varphi}{2} / = -f \cdot r \cdot \frac{\sin \psi}{\cos \frac{d\varphi}{2}} \cdot d\psi$$

Механическая работа на участке MB :

$$dA_{MB} = \int_0^{d\varphi/2} d^2 A = -f \cdot r \cdot \frac{1}{\cos(d\varphi/2)} \cdot \int_0^{d\varphi/2} \sin \psi \cdot d\psi = f \cdot r \cdot \frac{1}{\cos(d\varphi/2)} \cdot (\cos \frac{d\varphi}{2} - 1) =$$

$$= f \cdot r - f \cdot r \cdot \frac{1}{\cos(d\varphi/2)}$$

в) Механическая работа на участке AB:

$$dA_{mechanics} = dA_{AB} = dA_{AM} + dA_{MB} = (-f \cdot r + f \cdot r \cdot \frac{1}{\cos(d\varphi/2)}) + (f \cdot r - f \cdot r \cdot \frac{1}{\cos(d\varphi/2)}) = 0$$

То есть, механическая работа силы тяготения по хорде равна нулю.

С другой стороны:

$$dA_{AM} = -f \cdot r + f \cdot r \cdot \frac{1}{\cos(d\varphi/2)} = / \frac{1}{\cos(d\varphi/2)} = 1 + \frac{1}{2!} \cdot (\frac{d\varphi}{2})^2 + \frac{5}{4!} \cdot (\frac{d\varphi}{2})^4 + \frac{61}{6!} \cdot (\frac{d\varphi}{2})^6 + \dots / =$$

$$= -f \cdot r + f \cdot r \cdot \left(1 + \frac{1}{2!} \cdot (\frac{d\varphi}{2})^2 \right) = / работа на участке AM > 0 / = \frac{1}{8} \cdot f \cdot r \cdot (d\varphi)^2$$

$$dA_{MB} = f \cdot r - f \cdot r \cdot \frac{1}{\cos(d\varphi/2)} = / \frac{1}{\cos(d\varphi/2)} \approx 1 + \frac{1}{2!} \cdot (\frac{d\varphi}{2})^2 / =$$

$$= f \cdot r - f \cdot r \cdot \left(1 + \frac{1}{2!} \cdot (\frac{d\varphi}{2})^2 \right) = / работа на участке MB < 0 / = -\frac{1}{8} \cdot f \cdot r \cdot (d\varphi)^2$$

На половине AM хорды AB работа положительна. Источник этой работы – Тяготение.

На половине MB хорды AB работа отрицательна. Непонятен источник этой работы.

Но движение спутника по орбите обуславливают две причины: Тяготение и Инерция.

Ничего иного не удастся предположить, как то, что источник этой работы – Инерция.

Обозначим $dA_{source} = dA_f = dA_{AM}$ $dA_{inertia} = dA_I = dA_{MB}$. Тогда имеем

$$dA_{mechanics} = dA_{AB} = dA_{AM} + dA_{MB} = dA_f + dA_I = dA_{source} + dA_{inertia} = 0$$

г) За период:

$$- A_{mechanics} = \int_0^{2\pi} dA_{AB} = \int_0^{2\pi} 0 \cdot d\varphi = 0$$

$$- A_{source} = A_f = \int_0^{2\pi} dA_f = \int_0^{2\pi} \frac{1}{8} \cdot f \cdot r \cdot (d\varphi)^2 = \frac{1}{8} \cdot f \cdot r \cdot \int_0^{2\pi} (d\varphi)^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi^2 \cdot f \cdot r = \frac{1}{2} \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$$

$$- A_{inertia} = A_I = \int_0^{2\pi} dA_I = -\frac{1}{8} \cdot f \cdot r \cdot \int_0^{2\pi} (d\varphi)^2 = -\frac{1}{2} \cdot \pi^2 \cdot f \cdot r = -\frac{1}{2} \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$$

$$- A_{mechanics} = A_{source} + A_{inertia} = A_f + A_I = (+A_f) + (-A_f) = 0$$

$$= / AC = dl = r \cdot d\varphi / = f \cdot r \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1+(d\varphi)^2}} - 1 \right) = / \frac{1}{\sqrt{1+\alpha}} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \alpha + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \alpha^2 + \dots / =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot f \cdot r \cdot (d\varphi)^2$$

Тогда работа $A_{inertia} = A_I$ за период

$$A_{inertia} = A_I = \int_0^{2\pi} dA_I = \int_0^{2\pi} \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot f \cdot r \cdot (d\varphi)^2 = -\frac{1}{2} \cdot f \cdot r \cdot (d\varphi)^2 \Big|_0^{2\pi} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{f}{r} \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r^2 =$$

$$= -2 \cdot \pi^2 \cdot f \cdot r = -2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot (\omega^2 \cdot r) \cdot r = -2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$$

б) Вычислим работу Тяготения – работу источника силы dA_{source}

$$dA_{source} = dA_f = \overline{f} \cdot \overline{CB} = f \cdot CB \cdot \cos 0^\circ = f \cdot CB = f \cdot h = f \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{f}{m} \cdot (dt)^2 = \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 =$$

$$= \frac{(m \cdot \omega^2 \cdot r^2)}{2 \cdot m} \cdot \left(\frac{d\varphi}{\omega} \right) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot (d\varphi)$$

За период

$$A_{source} = \int_0^{2\pi} dA_f = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot \int_0^{2\pi} (d\varphi)^2 = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$$

в) С другой стороны $dA = \overline{f} \cdot \overline{v} \cdot dt = f \cdot v \cdot \cos 90^\circ \cdot dt = f \cdot v \cdot 0 \cdot dt = 0$; $A = \int_0^{2\pi} dA = 0$

$dA \equiv dA_{mechanics}$ трактуем, как механическую работу силы.

г) Имеем $dA_{mechanics} = dA_I + dA_f = dA_{inertia} + dA_{source} = 0$

п.5 Определим работу Инерции и работу Тяготения, исходя из того, что движение по окружности определяется Инерцией и Тяготением.

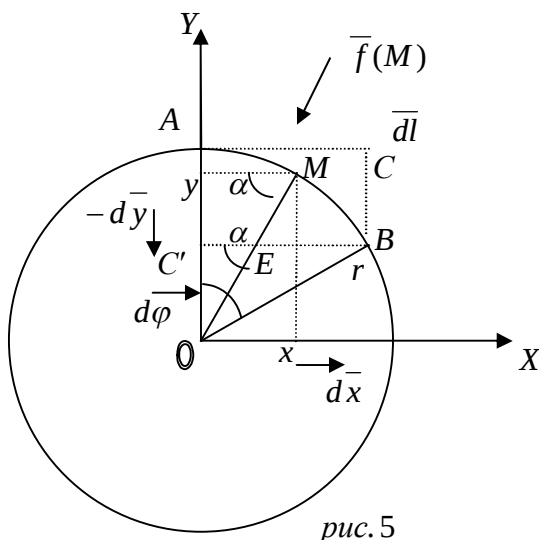


рис. 5

В п.2 – п.4 приведены различные варианты рассмотрения вопроса о работе Тяготения при удержании спутника на орбите, в которых формулируется мысль о том, что Тяготение совершает работу и Инерция совершает работу. Приведем еще одно рассуждение, уже исходя из того, что Тяготение и Инерция совершают работу.

Двигаясь по окружности с угловой скоростью ω тело за время $dt = \frac{d\varphi}{\omega}$ попадет из точки A в точку B . При этом, двигаясь по Инерции, тело пройдет расстояние, равное $AC = (x_B - 0)$, а двигаясь под действием Тяготения пройдет расстояние, равное $CB = AC' = (y_A - y_B)$. Исходим из того, что в течение времени dt сила тяготения, действующая на спутник, не является постоянной величиной.

$$AC = v \cdot dt = \omega \cdot r \cdot dt = \omega \cdot r \cdot \frac{d\varphi}{\omega} = r \cdot d\varphi$$

$$\angle OEC' = \angle OMy = \alpha$$

$\angle OMx = (\pi/2 - \alpha)$ угол между направлением силы в точке M и направлением движения вследствие тяготения $(-\overline{OY})$.

$\angle OEB = \pi - \alpha$ угол между вектором силы в точке M и направлением движения по инерции $(\overline{OX})$.

$$\cos \alpha = \cos \angle OMy = \frac{x}{r}, \quad \cos \angle OEB = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{x}{r}$$

$$\cos \angle OMx = \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$\overline{f}(A)$ – сила в точке A , $\overline{f}(M)$ – сила в точке M , $\overline{f}(B)$ – сила в точке B

$$f(A) = f(M) = f(B) = \frac{\gamma \cdot m \cdot M}{r^2} = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

а) Вычислим работу $dA_{\text{инерция}}$, которая совершается при движении по инерции

из точки A в точку B . За время $dt = \frac{d\varphi}{\omega}$ тело по инерции пройдет расстояние, равное

$$AC = dl = r \cdot d\varphi$$

$d^2 A_{\text{инерция}} = d^2 A_I$ – работа по перемещению тела из точки $M(x, y)$ на $\overline{dx}$ вследствие Инерции.

$$d^2 A_{\text{инерция}} = d^2 A_I = \overline{f}(M) \cdot d\overline{x} = f(M) \cdot dx \cdot \cos \angle OEB = f \cdot \frac{-x}{r} \cdot dx = -\frac{f}{r} \cdot x \cdot dx$$

$$dA_{\text{инерция}} = dA_I = \int_0^{dl} d^2 A_I = \int_0^{dl} \left(-\frac{f}{r} \cdot x \cdot dx\right) = -\frac{f}{r} \cdot \int_0^{r \cdot d\varphi} x \cdot dx = -\frac{f}{r} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{r \cdot d\varphi} = -\frac{1}{2} f \cdot r \cdot (d\varphi)^2$$

Тогда работа $A_{\text{инерция}} = A_I$ за период

$$\begin{aligned} A_{\text{инерция}} = A_I &= \int_0^{2\pi} dA_I = \int_0^{2\pi} \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot f \cdot r \cdot (d\varphi)^2 = -\frac{1}{2} \cdot f \cdot r \cdot (d\varphi)^2 \Big|_0^{2\pi} = \\ &= -2 \cdot \pi^2 \cdot f \cdot r = -2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot (\omega^2 \cdot r) \cdot r = -2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2 \end{aligned}$$

б) Вычислим работу Тяготения – работу источника силы dA_{source}

$d^2 A_{\text{source}} = d^2 A_f$ – работа по перемещению тела из точки $M(x, y)$ на $\overline{dy}$ вследствие Тяготения

$dA_{\text{source}} = dA_f$ – работа по перемещению тела вследствие Тяготения из точки A в точку B по дуге $\cup AB$ на расстояние $dl_f = AC' = CB = (y_A - y_B)$.

$$\begin{aligned} d^2 A_{\text{source}} = d^2 A_f &= \overline{f}(M) \cdot (-d\overline{y}) = -f(M) \cdot dy \cdot \cos \angle OMx = -f \cdot \frac{y}{r} \cdot dy = -\frac{f}{r} \cdot y \cdot dy = \\ &= / y = \sqrt{r^2 - x^2} \quad , \quad dy = \frac{-x \cdot dx}{\sqrt{r^2 - x^2}} / = -f \cdot \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{r} \cdot \frac{-x \cdot dx}{\sqrt{r^2 - x^2}} = \frac{f}{r} \cdot x \cdot dx \end{aligned}$$

$$dA_{source} = dA_f = \int_0^{dl} d^2 A_f = \int_0^{dl} \left(\frac{f}{r} \cdot x \cdot dx \right) = \frac{f}{r} \cdot \int_0^{r \cdot d\varphi} x \cdot dx = \frac{f}{r} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{r \cdot d\varphi} = \frac{1}{2} \cdot f \cdot r \cdot (d\varphi)^2$$

Работа $A_{source} = A_f$ за период

$$\begin{aligned} A_{source} = A_f &= \int_0^{2\pi} dA_f = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \cdot f \cdot r \cdot (d\varphi)^2 = \frac{1}{2} \cdot f \cdot r \cdot (d\varphi)^2 \Big|_0^{2\pi} = \\ &= 2 \cdot \pi^2 \cdot f \cdot r = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot (\omega^2 \cdot r) \cdot r = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2 \end{aligned}$$

в) Отмечаем, что $dA_f = -dA_I \Rightarrow dA_f + dA_I = 0$

$dA_{mechanics} = dA_I + dA_f = dA_{inertia} + dA_{source} = 0$ трактуем, как механическую работу силы.

$$\text{За период } A_{mechanics} = \int_0^{2\pi} dA_{mechanics} = 0.$$

г) Замечание. Возможен и другой способ рассуждения:

$$\begin{aligned} d^2 A_{inertia} = d^2 A_I &= \overline{f}(M) \cdot d\overline{x} = f(M) \cdot dx \cdot \cos \angle OEB = -f \cdot dx \cdot \cos \alpha = -f \cdot \frac{x}{r} \cdot dx = \\ &= / x = r \cdot \cos \alpha, dx = -r \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha / = f \cdot x \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = f \cdot r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d^2 A_{source} = d^2 A_f &= \overline{f}(M) \cdot (-d\overline{y}) = -f(M) \cdot dy \cdot \cos \angle OMx = -f \cdot dy \cdot \frac{y}{r} = \\ &= / y = r \cdot \sin \alpha, dy = r \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha / = -f \cdot y \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha = -f \cdot r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha \end{aligned}$$

$$dA_{source} = dA_f = -dA_I = \int_0^{\frac{\pi}{2}-d\varphi} d^2 A_f = \frac{f \cdot r}{2} \cdot \cos^2 \alpha \Big|_0^{\frac{\pi}{2}-d\varphi} = \frac{f \cdot r}{2} \cdot \sin^2 d\varphi = \frac{f \cdot r}{2} \cdot (d\varphi)^2$$

$$A_{source} = A_f = -A_I = \int_0^{2\pi} dA_f = \frac{f \cdot r}{2} \cdot \int_0^{2\pi} (d\varphi)^2 = \frac{f \cdot r}{2} \cdot 4 \cdot \pi^2 = 2 \cdot \pi^2 \cdot f \cdot r = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$$

п. 6 Приведем еще одно рассуждение, которое имеет аналогии с рассуждениями п.3 и п.4 . См. рис.1 , рис.3 .

Посчитаем работу за время dt , в течение которого тело попадет из точки A в точку B .

а) считаем, что в течение времени dt сила постоянна и равна силе в точке A .

$$\begin{aligned} dA &= \overline{f} \cdot \overline{AB} = f \cdot AB \cdot \cos \angle OAB = f \cdot AB \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{d\varphi}{2} \right) = (m \cdot \omega^2 \cdot r) (r \cdot d\varphi) \cdot \sin \frac{d\varphi}{2} = \\ &= m \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot \frac{(d\varphi)^2}{2}. \quad \text{Тогда работа за период: } A = \int_0^{2\pi} dA = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot (d\varphi)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot \int_0^{2\pi} (d\varphi)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2 \cdot 4 \cdot \pi^2 = 2 \cdot m \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 \cdot r^2. \end{aligned}$$

Этот результат совпадает с работой A_f п.3 и п.4 .

б) считаем, что в течение времени dt сила постоянна и равна силе в точке $M = \frac{1}{2} \cdot [AB]$.

$$dA = \overline{f} \cdot \overline{AB} = f \cdot AB \cdot \cos \angle OMB = f \cdot AB \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) = 0 . \quad \text{Тогда работа за период: } A = 0$$

Этот результат совпадает с работой $A_{mechanics}$ п.3 и п.4 .

в) считаем, что в течение времени dt сила постоянна и равна силе в точке B .

$$dA = \vec{f} \cdot \vec{AB} = f \cdot AB \cdot \cos(\pi - \angle OBA) = f \cdot AB \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{d\varphi}{2}\right) = -(m \cdot \omega^2 \cdot r) (r \cdot d\varphi) \cdot \sin \frac{d\varphi}{2} =$$

$$= -m \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot \frac{(d\varphi)^2}{2}. \quad \text{Тогда работа за период: } A = \int_0^{2\pi} dA = \int_0^{2\pi} \frac{-1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot (d\varphi)^2 =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot \int_0^{2\pi} (d\varphi)^2 = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2 \cdot 4 \cdot \pi^2 = -2 \cdot m \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 \cdot r^2.$$

Этот результат совпадает с работой $A_{\text{инерция}}$ п.3 и п.4.

Такое совпадение результатов с результатами п.1, п.3, п.4 вызывает интерес.

п. 7 Приведем ход рассуждений (подробные вычисления очень громоздкие) для случая, когда спутник движется по эллипсу.

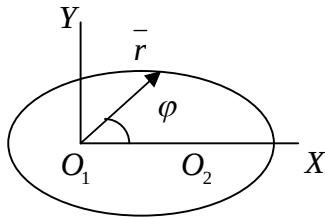


рис.6

В полярных координатах $x = r \cdot \cos \varphi$, $y = r \cdot \sin \varphi$.

$$\text{Уравнение эллипса } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{r^2 \cdot \cos^2 \varphi}{a^2} + \frac{r^2 \cdot \sin^2 \varphi}{b^2} = 1$$

$$r = \frac{a \cdot b}{\sqrt{b^2 \cdot \cos^2 \varphi + a^2 \cdot \sin^2 \varphi}}$$

$$x = r \cdot \cos \varphi = \frac{a \cdot b \cdot \cos \varphi}{\sqrt{b^2 \cdot \cos^2 \varphi + a^2 \cdot \sin^2 \varphi}} \quad y = r \cdot \sin \varphi = \frac{a \cdot b \cdot \sin \varphi}{\sqrt{b^2 \cdot \cos^2 \varphi + a^2 \cdot \sin^2 \varphi}}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad \text{ускорение } \vec{w} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n} + \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}$$

$$\text{Откуда сила, действующая на спутник } \vec{f} = m \cdot \vec{w} = m \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n} + m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau} = \vec{f}_n + \vec{f}_\tau$$

$$\text{Тогда (см. § 4) } dA_{\text{инерция}} = dA_{I_\tau} + dA_{I_n} = f_\tau \cdot v(t) \cdot dt - \frac{f_\tau^2}{2 \cdot m} - \frac{f_n^2}{2 \cdot m} = f_\tau \cdot v(t) \cdot dt - \frac{f^2}{2 \cdot m};$$

$$dA_{\text{source}} = dA_{f_\tau} + dA_{f_n} = \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2; \quad dA_{\text{mechanics}} = dA_{\text{инерция}} + dA_{\text{source}} = f_\tau \cdot v(t) \cdot dt$$

п.8 Выводы §1.

Сравним результаты рассуждений п.2 и п.3 - п.5.

$$dA_f = +\frac{1}{8} \cdot f \cdot r \cdot (d\varphi)^2 \quad (n.2) \quad \text{с} \quad dA_f = \frac{1}{2} \cdot f \cdot r (d\varphi)^2 \quad (n.3 - n.5)$$

$$dA_f = -\frac{1}{8} \cdot f \cdot r \cdot (d\varphi)^2 \quad (n.2) \quad \text{с} \quad dA_f = -\frac{1}{2} \cdot f \cdot r (d\varphi)^2 \quad (n.3 - n.5)$$

Отличие результатов друг от друга позволяет сделать заключение:

Верно (истинно) только одно из них.

- Спутник непрерывно движется по окружности (как, предел движения по хордам), причем в качестве причины осуществления движения по орбите, выступает только Тяготение и не учитывается явно Инерция п.2 .
- Спутник непрерывно движется по окружности путем комбинации Инерции и Тяготения. Сначала по касательной по инерции. За тем тяготение возвращает спутник на орбиту (окружность) п.3 – п.5 .

Следуя Гегелю и Федулаеву (а они, судя по всему следуют Ньютону), автор этой статьи отдает предпочтение рассуждениям п.3 – п.5 , обобщая которые можно сказать: движение тела по кривой линии определяется Инерцией и полем сил, которые действуют на тело.

Делаем следующий вывод: в удержании спутника на орбите участвуют две причины - инерция и тяготение.

Вследствие инерции спутник удаляется по касательной от центра и над гравитационным полем совершается работа dA (гравитационному полю возвращается энергия $W = dA$). Вследствие тяготения спутник приближается по радиусу к центру и гравитационное поле совершает работу dA (гравитационное поле отдает энергию $W = dA$).

В итоге за любой промежуток времени энергия гравитационного поля не изменяется.

Замечание:

В рассуждениях п.2 , п.3 , п.4, п.5 §1 не применяется явно обычный метод предельного перехода (делим на n частей → считаем что, что-то на каждой части постоянно → → устремляем n к ∞ и т.д.). Рассуждения не являются доказательствами. Они подводят к мысли о том, что Инерция совершает работу и Тяготение, как источник силы совершает работу.

§2 Другие варианты рассмотрения вопроса.

а) Работу силы тяготения можно найти и по-другому:

При движении по орбите спутник находится в состоянии невесомости - падении в

однородном гравитационном поле с напряженностью $g = \gamma \frac{M}{r^2} = \omega^2 \cdot r$. Спутник упадет

за один оборот на расстояние $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot T^2 = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \left(\frac{2\pi}{\omega} \right)^2 = 2 \cdot r \cdot \pi^2$, при этом сила

тяготения за период совершит работу

$$A_f = f \cdot h = m \cdot g \cdot 2 \cdot \pi^2 \cdot r = m \cdot \gamma \frac{M}{r^2} \cdot 2 \cdot \pi^2 \cdot r = m \cdot (\omega^2 \cdot r) \cdot 2 \cdot \pi^2 \cdot r = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$$

б) Перейдем в неинерциальную систему отсчета, относительно которой спутник покоится. На спутник действуют две силы:

$$\text{Сила тяготения} \quad \vec{f} = -\gamma \cdot \frac{mM}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = -m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\text{Центробежная сила инерции} \quad \vec{f} = -\left(-\gamma \cdot \frac{mM}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \right) = m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

За период T сила тяготения совершит работу

$$A_f = f \cdot h = m \cdot g \cdot 2 \cdot \pi^2 \cdot r = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \gamma \frac{M}{r} = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2,$$

за счет энергии гравитационного поля.

За период T сила инерции совершит работу

$$A_{\text{inertia}} = A_I = f_{\text{ин}} \cdot h = -m \cdot g \cdot 2 \cdot \pi^2 \cdot r = -2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \gamma \frac{M}{r} = -2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2,$$

возвращая энергию гравитационному полю.

Вывод:

Мы исходим из того (см. рис1, рис.3), что

$$A_{AB} = A_{AC} + A_{CB} = dA_I + dA_f = (-dA_f) + dA_f = 0$$

Но $A_{AB} = \overline{f} \cdot \overline{AB} = dA_{mechanics}$ - механическая работа силы тяготения $\overline{f}$ на пути AB .

Получается, что за время dt : $dA_{mechanics} = dA_I + dA_f = 0$. За период $A_{mechanics} = A_I + A_f = 0$.

То есть, при вращении спутника вокруг планеты механическая работа силы тяготения не совершается ($A_{mechanics} = 0$) .

Автор этой статьи предлагает и другое рассмотрение вопроса.

На инерцию можно посмотреть по-другому: в инерциальной системе отсчета инерция не оказывает силового воздействия, но может совершать работу (против действия или по действию каких-то сил). В свою очередь, сила совершает работу по выведению тела из состояния покоя или равномерного прямолинейного движения, т.е. против Инерции. При удержании спутника на орбите гравитационное поле совершает работу, приближая спутник к центру с касательной на орбиту, отдавая энергию гравитационного поля. При удержании спутника на орбите инерция совершает работу, отдавая спутник от центра по касательной и отдавая энергию гравитационному полю.

На веревке висит гиря. Что удерживает гирю от падения на Землю? Ответ веревка.

Спутник вращается вокруг Земли. Что удерживает спутник от падения на Землю?

Ответ: Инерция (Инерция выполняет назначение веревки).

Что удерживает спутник от удаления от Земли? Ответ: Тяготение. Так что правильнее было бы в названии этой статьи написать не “Работа тяготения по удержанию спутника на орбите”, а “Работа Инерции и работа тяготения по удержанию спутника на орбите”. В этом параграфе показано, как посчитать и то, и другое (в § 4 приведены общие формулы).

$$A_{inertia} = A_I = -2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2, \quad A_{source} = A_f = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2, \quad A_{mechanics} = A_{inertia} + A_{source},$$

где $A_{inertia}$ – работа, совершаемая Инерцией

A_{source} – работа, совершаемая источником силы тяготения

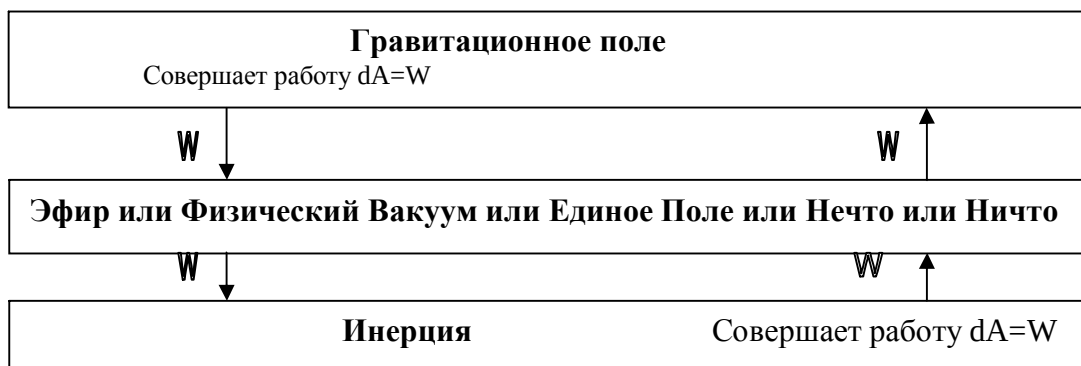
$A_{mechanics}$ – механическая работа силы.

Для примера посчитаем работу за период силы тяготения по удержанию Луны на орбите при вращении ее вокруг Земли.

$$\begin{aligned} A_f &= 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2 = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot r^2 = \frac{8 \cdot \pi^4 \cdot m \cdot r^2}{T^2} = \\ &= \frac{8 \cdot 3.14^4 \cdot 7.34 \cdot 10^{22} \text{ кг} \cdot (3.84 \cdot 10^8)^2 \text{ м}^2}{(27.3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ сек})^2} = 1.51 \cdot 10^{30} \text{ Дж} \end{aligned}$$

При этом такая же работа совершается инерцией по преодолению тяготения.

Вряд ли обмен энергией между Гравитационным полем и Инерцией осуществляется напрямую. Скорее всего, обмен энергией идет посредством схемы:



Гравитационное поле совершает работу, уменьшая свою энергию на W и передавая ее Инерции. Инерция в свою очередь совершает работу, уменьшая свою энергию на W и передавая ее гравитационному полю.

§3 Уточнение понятия “Работа”.

В классической механике вводится понятие механической работы силы.

Савельев И.В. Курс общей физики т.1 :

“Работой называется скалярная величина, равная произведению проекции силы на направление перемещения f_s и пути s , проходимой точкой приложения силы.

$$A = f_s \cdot s$$

$$A = f \cdot s \cdot \cos \alpha$$

Понятие работы в механике существенно отличается от обыденного представления о работе. В обыденном понимании всякое усилие, в частности мускульное напряжение, всегда сопровождается совершением работы. Например, для того чтобы держать тяжелый груз, стоя неподвижно, а тем более, для того чтобы перенести этот груз по горизонтальному пути, носильщик затрачивает много усилий, т.е. совершает работу.”

Но физически сила вызывается всегда некоторым объектом - источником силы (пружина, опора, тяготение...) и вопрос о работе такого объекта, о том, что он затрачивает энергию, не рассматривается. Обобщим понятие механической работы силы в классической механике.

Может быть здравый смысл верен. Стол, на котором лежит гиря, отличается от стола, на котором гиря не лежит. Стол, на котором лежит гиря, совершает работу по удержанию гири, расходуя энергию. Аналогично, если гиря висит на веревке или гирю держит человек некоторое время Δt , то работу совершает веревка или человек, расходуя энергию. Посчитаем работу в течении времени Δt . Если бы гиря массы m , не удерживалась бы, то за время Δt в однородном гравитационном поле $g = \gamma \frac{M}{r^2}$ она пролетела бы расстояние

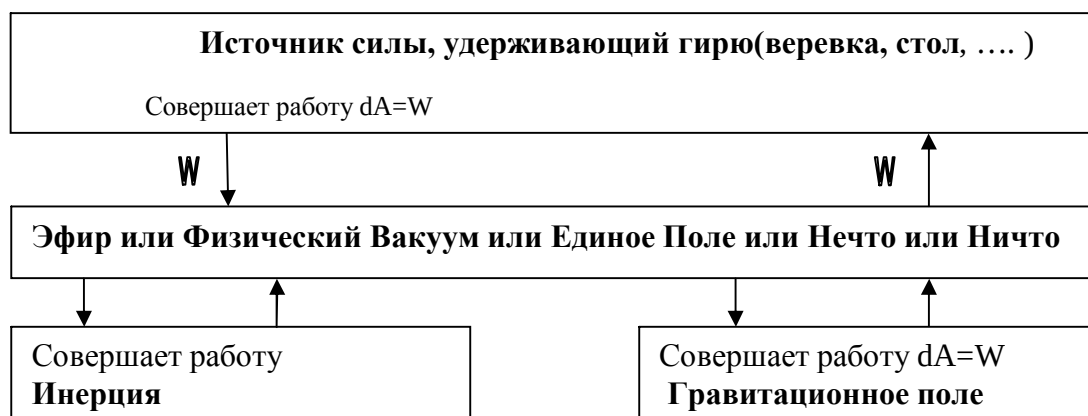
$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2. \text{ Работа по перемещению гири на расстояние } h \text{ совершается}$$

гравитационным полем и равна

$$A = m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot g^2 \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot (m \cdot g)^2 \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot (F)^2 \cdot (\Delta t)^2.$$

Разумно считать, что работа по удержании гири в течение промежутка времени Δt равна работе, совершаемой гравитационным полем по перемещению гири на расстояние h .

При этом обмен энергией идет посредством схемы:



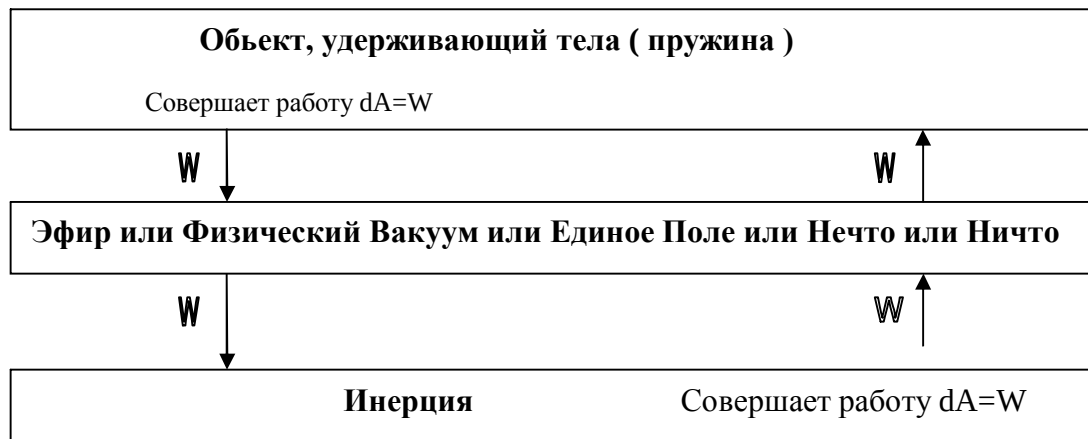
Другой пример. Два тела одинаковой массы m , соединенные пружиной, раскручены вокруг их центра масс. Они вращаются по окружности радиуса r с угловой скоростью ω . Центробежная сила есть сила натяжения пружины $f = -k \cdot x$, x – удлинение пружины.

$$\bar{a} = \bar{f} / m \Rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot (2m) \cdot a^2 \cdot \Delta t^2 = m \cdot \left(\frac{f}{m} \right)^2 \cdot \Delta t^2 = \frac{f^2}{m} \cdot \Delta t^2.$$

Работа, совершаемая Инерцией за период.

$$A = 2 \cdot (2 \cdot m) \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 \cdot r^2 = 4 \cdot m \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 \cdot r^2$$

Для этого примера схема круговорота энергии:



Нужно как-то обобщить выше приведенные рассуждения.

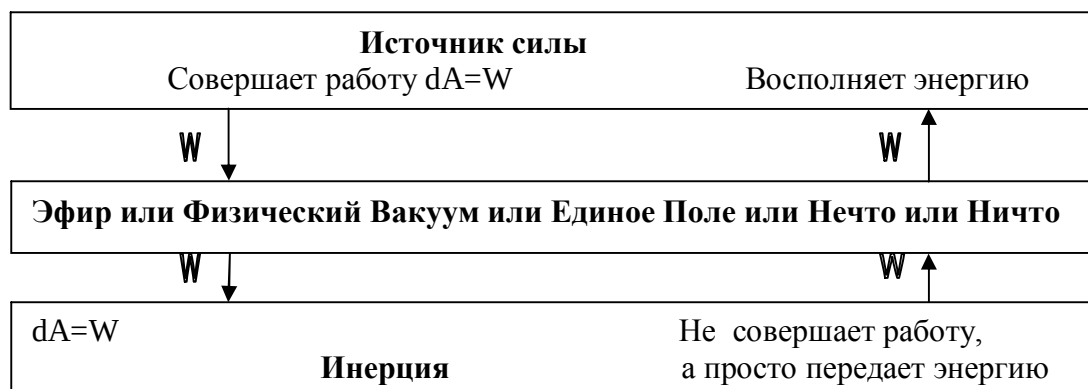
Пусть на тело массы m действует только одна сила $\bar{f}$. Сила вызывается некоторым объектом – **источником силы**. Это или другое тело, или опора, или пружина, или трение, или поле (например, гравитационное) или В инерциальной системе отсчета инерция не оказывает силового воздействия, но как сказано выше, можно считать, что она совершает работу. Поэтому инерцию будем рассматривать, как объект, действующий на тело, наряду с источником силы.

Ускорение $\bar{a} = \frac{\bar{f}}{m}$. За время Δt тело пройдет расстояние $h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2$

Сила f совершит механическую работу

$$A = m \cdot a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot a^2 \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{m} \cdot \Delta t^2$$

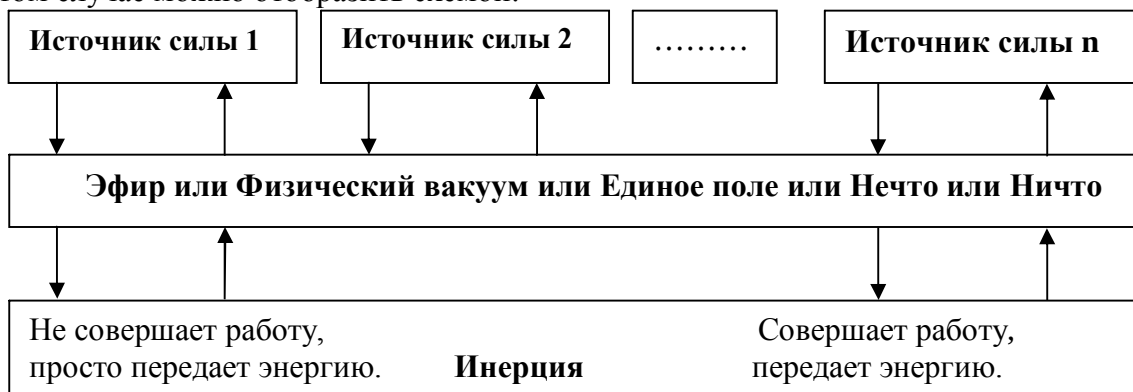
Естественно считать, что эта работа совершается источником силы с потерей энергии источника силы. Так же естественно считать, что эта энергия должна каким-то образом восполняться. Предлагается следующая схема круговорота энергии для этого примера:



Вообще, пусть на тело массы m действуют n сил, каждая из которых имеет свой источник силы, совершающий работу за промежуток времени Δt

$$A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot a^2 \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{m} \cdot \Delta t^2$$

Если учесть что инерция тоже может совершать работу, то круговорот энергии в этом случае можно отобразить схемой:



Приведем простые примеры, показывающие возможности и спорные моменты при использовании формулы $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{m} \cdot \Delta t^2$ для определения работы источника силы.

1. Тело массы $m = 50 \text{ кг}$ висит на нити в поле силы тяжести Земли.

На тело действует:

- сила тяжести $P = mg = 50 \text{ кг} \cdot 9.8 \text{ м/сек}^2 = 490 \text{ н}$. Источник силы – гравитационное поле.

Работа гравитационного поля за $\Delta t = 1 \text{ час} = 3600 \text{ сек}$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{P^2}{m} \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{490^2}{50} \cdot 3600^2 = \frac{240100 \cdot 12960000}{100} = 31116960000 \text{ Дж}$$

Для сравнения такая же энергия выделяется при сгорании $\approx 1150 \text{ кг}$ каменного угля.

- сила реакции нити $F = P = 490 \text{ н}$ Источник силы – нить.

Работа нити за $\Delta t = 1 \text{ час} = 3600 \text{ сек}$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{F^2}{m} \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{490^2}{50} \cdot 3600^2 = \frac{240100 \cdot 12960000}{100} = 31116960000 \text{ Дж}$$

Здесь осуществляется круговорот энергии

Гр. Поле $\rightarrow$ Физ. Вакуум $\rightarrow$ Инерция $\rightarrow$ Нить $\rightarrow$ Физ. Вакуум $\rightarrow$ Гр. Поле.

2. Тело массы $m = 50 \text{ кг}$ вращается с угловой частотой $\omega = 2 \cdot \text{сек}^{-1}$ по окружности радиуса $r = 10 \text{ м}$ вокруг точки, соединенной с телом нитью.

На тело действует:

- Центробежная сила, равная силе натяжения нити

$f = m \cdot \omega^2 \cdot r = 50 \text{ кг} \cdot (2 \cdot 1/\text{сек})^2 \cdot 10 \text{ м} = 2000 \text{ н}$. Источник силы – Нить.

Работа Нити за $\Delta t = 1 \text{ час} = 3600 \text{ сек}$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{m} \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2000^2}{50} \cdot 3600^2 = \frac{2000000 \cdot 12960000}{100} = 2592 \cdot 10^8 \text{ Дж}$$

- Инерция, совершающая работу против центробежной силы

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{m} \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2000^2}{50} \cdot 3600^2 = \frac{2000000 \cdot 12960000}{100} = 2592 \cdot 10^8 \text{ Дж}$$

Здесь осуществляется круговорот энергии

Инерция $\rightarrow$ Физ. Вакуум $\rightarrow$ Нить $\rightarrow$ Физ. Вакуум $\rightarrow$ Инерция.

3. Найдем работу силы тяготения, удерживающую Луну на орбите.

На орбите сила тяготения постоянна по величине.

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{m} \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot m \cdot M}{r^2} \right)^2 \cdot (\Delta t)^2 = \frac{\gamma^2 \cdot m \cdot M^2}{2 \cdot r^4} \cdot (\Delta t)^2 =$$

Работа за период

$$A = \frac{\gamma^2 \cdot m \cdot M^2}{2 \cdot r^4} \cdot T^2 = \frac{(6.67 \cdot 10^{-11} \text{ н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2)^2 \cdot 7.34 \cdot 10^{22} \text{ кг} \cdot (5.97 \cdot 10^{24} \text{ кг})^2}{2 \cdot (3.84 \cdot 10^8 \text{ м})^4} \cdot (27.3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ сек})^2 =$$

$$= \frac{6.67^2 \cdot 7.34 \cdot 5.97^2 \cdot 10^{48}}{2 \cdot 3.84^4 \cdot 10^{32}} \cdot (23587.2)^2 \cdot 10^4 \text{ Дж} = \frac{64651}{2 \cdot 217.4} \cdot 10^{28} \text{ Дж} = 149 \cdot 10^{28} \text{ Дж} = 1.5 \cdot 10^{30} \text{ Дж}$$

Такой же результат получен выше.

4. Тело массы m падает на Землю с высоты r_1 (расстояние от центра Земли) до высоты r_2 (расстояние от центра Земли). Найдем работу силы тяготения.

а) Используем формулу для механической работы $A = \int_{l_1}^{l_2} \vec{F}(l) \cdot d\vec{l}$

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}(r) \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}(r) \cdot \frac{\vec{r}}{r} \cdot dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{-\gamma \cdot m \cdot M}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \cdot dr = -\gamma \cdot m \cdot M \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} =$$

$$= \gamma \cdot m \cdot M \cdot \left. \frac{1}{r} \right|_{r_1}^{r_2} = \gamma \cdot m \cdot M \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \gamma \cdot m \cdot M \cdot \frac{r_1 - r_2}{r_1 \cdot r_2} \quad (*)$$

б) На тело действует только одна сила. Значит в этом случае формулы

$$A = \int_{l_1}^{l_2} \vec{F}(l) \cdot d\vec{l} \quad \Leftrightarrow \quad A = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \int_{t_1}^{t_2} (\vec{F}(t))^2 \cdot (dt)^2$$

должны дать одинаковый результат. Проверим.

$$A = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \int_{t_1}^{t_2} (\vec{F}(t))^2 \cdot (dt)^2 = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\gamma \cdot m \cdot M}{r^2} \right)^2 \cdot (dt)^2 = \frac{\gamma^2 \cdot m \cdot M^2}{2} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \frac{(dt)^2}{r^4} =$$

$$= \left\langle l = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \text{ т.к. в нашем случае } v_0 = 0 ; \right.$$

$$\left. dr = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma \cdot M}{r^2} \cdot (dt)^2 ; (dt)^2 = \frac{-2}{\gamma \cdot M} \cdot r^2 \cdot dr \right\rangle = \frac{\gamma^2 \cdot m \cdot M^2}{2} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{r^4} \cdot \frac{-2}{\gamma \cdot M} \cdot r^2 \cdot dr =$$

$$= -\gamma \cdot m \cdot M \cdot \int_{t_1}^{t_2} \frac{dr}{r^2} = \left\langle \begin{array}{l} \text{в момент времени } t_1 \text{ тело находится на высоте } r_1 \\ \text{в момент времени } t_2 \text{ тело находится на высоте } r_2 \end{array} \right\rangle =$$

$$= -\gamma \cdot m \cdot M \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \gamma \cdot m \cdot M \cdot \left. \frac{1}{r} \right|_{r_1}^{r_2} = \gamma \cdot m \cdot M \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \gamma \cdot m \cdot M \cdot \frac{r_1 - r_2}{r_1 \cdot r_2} \quad (**)$$

Получили $(**) = (*)$.

5. Стальной диск радиуса $r = 0.4 \text{ м}$, толщиной $h = 2 \text{ см} = 0.02 \text{ м}$, плотность стали

$\rho = 7800 \text{ кг} / \text{м}^3$ вращается с угловой скоростью $\omega = 600 \text{ об} / \text{мин} = 10 \text{ об} / \text{сек}$

вокруг оси, проходящей через центр диска.

На части диска действуют центробежные силы инерции, стремящиеся диск разорвать.

Выделим элементарное кольцо, расположенное на расстоянии x от центра, шириной dx , высотой dh . Выделим элементарный участок диска, часть элементарного кольца попадающего в сектор с центральным углом $d\varphi$.

Объем элементарного участка $dV = (x \cdot d\varphi) \cdot dx \cdot dh$.

Масса элементарного участка $dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot (x \cdot d\varphi) \cdot dx \cdot dh$.

Работа Инерции, стремящейся вырвать элементарный участок из диска

$$\begin{aligned} dA &= \frac{1}{2 \cdot dm} \cdot (\bar{f}_i)^2 \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot dm \cdot a^2 \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot dm \cdot (\omega^2 \cdot x)^2 \cdot (\Delta t)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (x \cdot d\varphi) \cdot dx \cdot dh \cdot (\omega^2 \cdot x)^2 \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot x^3 \cdot \omega^4 \cdot d\varphi \cdot dx \cdot dh \cdot (\Delta t)^2. \end{aligned}$$

Работа Инерции по разрушению всего диска

$$\begin{aligned} A &= \int dA = \left(\int_0^h \left(\int_0^r \left(\int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot x^3 \cdot \omega^4 \right) \cdot d\varphi \right) \cdot dx \right) \cdot dh \right) \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\rho \cdot \frac{r^4}{4} \cdot \omega^4 \cdot 2\pi \cdot h \right) \cdot (\Delta t)^2 = \\ &= \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^4 \cdot \omega^4 \cdot h \cdot (\Delta t)^2. \end{aligned}$$

Работа за период обращения диска $T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3.14}{10 \text{ сек}^{-1}} = 0.628 \text{ сек}$ равна

$$A = \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^4 \cdot \omega^4 \cdot h \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^4 \cdot \omega^4 \cdot h \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{\omega} \right)^2 = \rho \cdot \pi^3 \cdot r^4 \cdot \omega^2 \cdot h$$

$$A = \rho \cdot \pi^3 \cdot r^4 \cdot \omega^2 \cdot h = 7800 \text{ кг/м}^3 \cdot (3.14)^3 \cdot (0.4 \text{ м})^4 \cdot (10 \cdot 1/\text{сек})^2 \cdot 0.02 \text{ м} = 12364 \text{ Дж}$$

Такую же работу совершают внутренние силы материала диска удерживающие его от разрушения.

Здесь осуществляется круговорот энергии:

Инерция $\rightarrow$ Физ. Вакуум $\rightarrow$ Внутренние силы материала диска $\rightarrow$ Физ. Вакуум $\rightarrow$ Инерция.

6. Тело массы $m_1 = 10 \text{ кг}$ висит на пружине у поверхности Земли.

За время $\Delta t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ сек}$ пружина совершит работу по удержанию тела

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_1^2}{m_1} \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{(10 \text{ кг} \cdot 9.8 \text{ м/сек}^2)^2}{10 \text{ кг}} \cdot (60 \text{ сек})^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{100 \cdot 96.04}{10} \cdot 3600 \text{ Дж} = 1728720 \text{ Дж}$$

где $P_1 = m_1 \cdot g_1 = 10 \text{ кг} \cdot 9.8 \text{ м/сек}^2 = 98 \text{ н}$ вес тела на поверхности Земли.

Тело массы $m_2 = 60.5 \text{ кг}$ имеет на поверхности Луны вес

$P_2 = m_2 \cdot g_2 = 60.5 \text{ кг} \cdot 1.62 \text{ м/сек}^2 = 98 \text{ н}$, такой же как тело массы $m_1 = 10 \text{ кг}$ на поверхности Земли.

За время $\Delta t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ сек}$ пружина совершит работу по удержанию тела

массы $m_2 = 60.5 \text{ кг}$ на поверхности Луны

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2^2}{m_2} \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{(60.5 \text{ кг} \cdot 1.62 \text{ м/сек}^2)^2}{60.5 \text{ кг}} \cdot (60 \text{ сек})^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3660.25 \cdot 2.62}{60.5} \cdot 3600 \text{ Дж} = 285797 \text{ Дж}$$

Таким образом, пружина растянутая одинаковым образом под действием веса двух разных тел различной массы на поверхности Земли и на поверхности Луны совершает за одинаковое время различную работу. Что довольно неожиданно. !??!

7. Несоответствия в вопросе о работе тяготения при удержании спутника на орбите.

Спутник массы m вращается вокруг планеты массы M .

а) работа силы тяготения, удерживающая спутник на орбите:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{m} \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot m \cdot M}{r^2} \right)^2 \cdot (\Delta t)^2 = \frac{\gamma^2 \cdot m \cdot M^2}{2 \cdot r^4} \cdot (\Delta t)^2 \quad (*)$$

б) !???! работа силы тяготения, действующая на спутник:

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{m} \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot m \cdot M}{r^2} \right)^2 \cdot (\Delta t)^2 = \frac{\gamma^2 \cdot m \cdot M^2}{2 \cdot r^4} \cdot (\Delta t)^2$$

работа силы тяготения, действующая на планету:

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{M} \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2 \cdot M} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot m \cdot M}{r^2} \right)^2 \cdot (\Delta t)^2 = \frac{\gamma^2 \cdot m^2 \cdot M}{2 \cdot r^4} \cdot (\Delta t)^2$$

работа тяготения, удерживающая систему планета-спутник от распада:

$$A = A_1 + A_2 = \frac{\gamma^2 \cdot m \cdot M \cdot (m + M)}{2 \cdot r^4} \cdot (\Delta t)^2 \quad (**)$$

в) !???!

планета притягивает спутник, спутник притягивает планету. В итоге:

$$\text{центростремительное ускорение спутника } a_{uc} = \frac{v^2}{r_1} = \frac{\gamma \cdot m}{r^2} + \frac{\gamma \cdot M}{r^2} = \frac{\gamma \cdot (m + M)}{r^2}$$

$$\text{центростремительная сила } f_{uc1} = m \cdot a_{uc1} = m \cdot \frac{v^2}{r_1} = \frac{\gamma \cdot m \cdot (m + M)}{r^2}$$

(Здесь вращение вокруг центра масс: $r = r_1 + r_2$ $r_1 = \frac{M}{M + m} \cdot r$, $r_2 = \frac{m}{M + m} \cdot r$).

работа центростремительной силы, действующей на спутник:

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{f_{uc1}^2}{m} \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot m \cdot (m + M)}{r^2} \right)^2 \cdot (\Delta t)^2 = \frac{\gamma^2 \cdot m \cdot (m + M)^2}{2 \cdot r^4} \cdot (\Delta t)^2 \quad (***)$$

Планета вращается вокруг центра масс. Центростремительная сила

$$f_{uc2} = M \cdot a_{uc} = M \cdot \frac{v^2}{r_2} = \frac{\gamma \cdot M \cdot (m + M)}{r^2}$$

работа центростремительной силы, действующей на планету:

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{f_{uc2}^2}{M} \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2 \cdot M} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot M \cdot (m + M)}{r^2} \right)^2 \cdot (\Delta t)^2 = \frac{\gamma^2 \cdot M \cdot (m + M)^2}{2 \cdot r^4} \cdot (\Delta t)^2$$

работа тяготения системы планета-спутник:

$$A = A_1 + A_2 = \frac{\gamma^2 \cdot (m + M) \cdot (m + M)^2}{2 \cdot r^4} \cdot (\Delta t)^2 = \frac{\gamma^2 \cdot (m + M)^3}{2 \cdot r^4} \cdot (\Delta t)^2 \quad (****)$$

г) !???!

Что верно: (*) или (**) или (***) или (****)?

Хотя при $m \ll M$, и (**) и (***) сводятся к (*) . Чего не скажешь о (****) .

Пусть на тело действуют n постоянных сил, каждая из которых имеет свой источник силы.

а) Если силы скомпенсированы $\sum_i^n \vec{f}_i = 0$, то механическая работа каждой силы

$$A_i = \vec{f}_i \cdot \vec{l} \neq 0 , \text{ а механическая работа всех сил } A = \sum \vec{f}_i \cdot \vec{l} = \sum A_i = 0 .$$

Но каждый источник силы совершает работу $A_i = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot (\vec{f}_i)^2 \cdot (\Delta t)^2 \neq 0 ,$

а сумма работ всех источников сил $A = \sum A_i = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \sum (\bar{f}_i)^2 \cdot (\Delta t)^2 \neq 0$.

Следовательно, механическая работа силы $A = \bar{f}_i \cdot \bar{l}$

и работа источника силы $A = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot (\bar{f})^2 \cdot (\Delta t)^2$ в общем случае понятия не

эквивалентные. Эти понятия эквивалентны только в том случае, если на тело действует только одна сила, определяемая своим источником (в случае, когда

$$dA_{mechanics} = dA_{source} = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot (\bar{f})^2 \cdot (dt)^2, \quad dA_{inertia} = 0).$$

Еще одно отличие этих понятий:

- механическая работа суммы сил равна сумме механических работ
- работа суммы источников сил не равна сумме работ источников сил.

Приведем без пояснений (чтобы за математизацией не потерялся смысл) общую формулу для работы источника силы за промежуток времени Δt от t_1 до t_2

$$A = \int_{t_1}^{t_2} \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 = / \quad !??! \quad / = \int_{t_1}^{t_2} \left(\int_{t_1}^{t_2} \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot dt \right) dt = (t_2 - t_1) \cdot \int_{t_1}^{t_2} \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot dt =$$

$$= / \text{ мощность } N \text{ в течении времени } \Delta t \quad N = \int_{t_1}^{t_2} \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot dt / = \Delta t \cdot N$$

Таким образом, наряду с механической работой силы в классической физике мы рассматриваем работу совершаемую, **источником силы** (пружина, опора, трение, гравитационное поле и т.д.).

Принято считать, что физическое поле например, гравитационное поле - особая форма материи (хотя механизм устройства этой особой формы материи неизвестен).

Автор предлагает рассматривать Инерцию не только как явление или свойство материальных тел (выражающуюся в 1-ом и 2-ом законах Ньютона), а и как особую форму материи.

При этом, если гравитационное поле можно описать математически, то Инерцию, как особую форму материи, математически описать пока не удастся, если не учитывать ОТО, в которой Инерция $\approx$ Гравитация. Хотя, по мнению автора, Инерцию следует рассматривать в тандеме с любым Источником силы, а не только с Тяготением. Естественно при таком понимании Инерции, считать что она обладает энергией, как например, гравитационное поле.

Приведем следующее рассуждение, поясняющее это. !??!

Кинетическая энергия тела + энергия Инерции	=const=c1
+	
Потенциальная энергия тела + энергия гравитационного поля	=const=c2
(Кинетическая энергия тела + Потенциальная энергия тела) + (энергия Инерции + энергия Гравитационного поля)	= c1+c2
Тогда:	
(Кинетическая энергия тела + Потенциальная энергия тела) =	
const - (энергия Инерции + энергия Гравитационного поля) .	
Если	
(энергия Инерции + энергия Гравитационного поля) = const .	
Тогда (Кинетическая энергия тела + Потенциальная энергия тела) = const	

Закон сохранения энергии:
(Кинетическая энергия тела + Потенциальная энергия тела) = const

§4. Теоретическое обоснование.

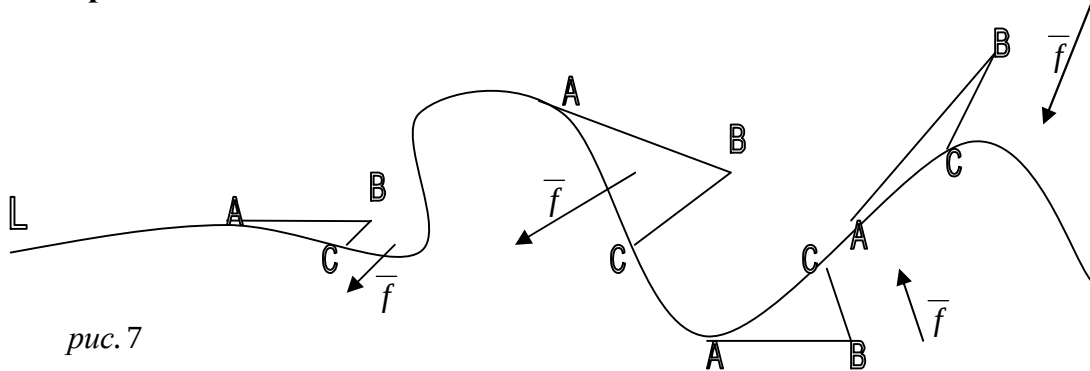


рис.7

Под действием переменной силы $\vec{f}$ частица массы m движется по кривой L в течении промежутка времени $(t_{\text{конечное}} - t_{\text{начальное}})$. Промежуток времени $(t_{\text{конечное}} - t_{\text{начальное}})$ разобьем на бесконечно малые промежутки времени dt .

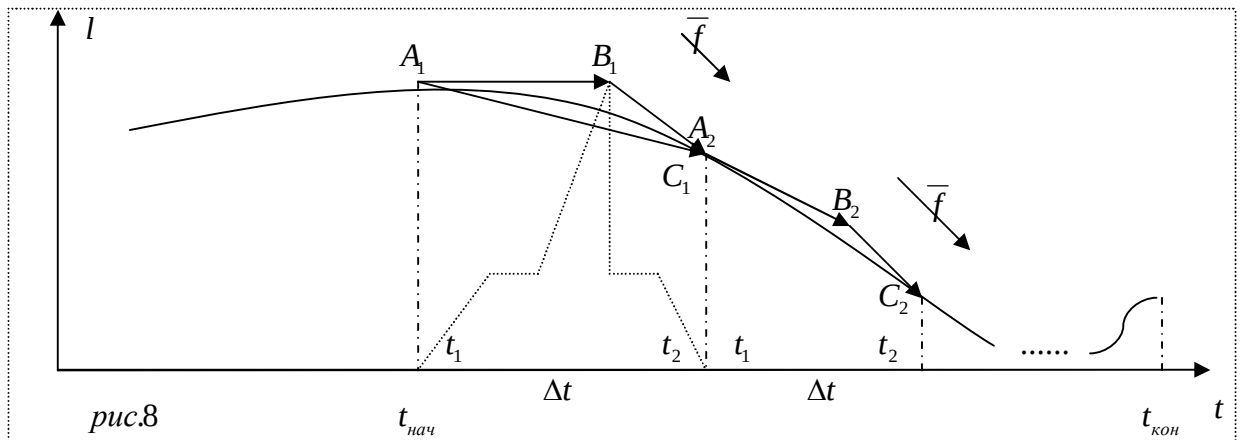
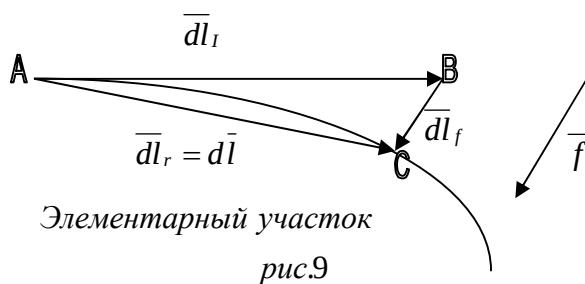


рис.8



Элементарный участок

рис.9

Случай прямолинейного движения

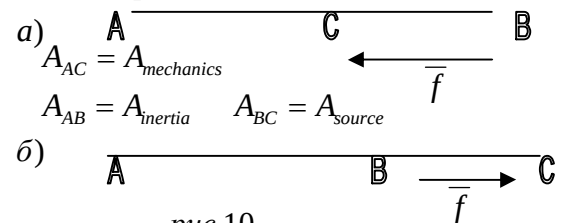


рис.10

п.1 Предварительное рассмотрение вопроса.

За промежуток времени dt тело пройдет участок AC кривой L , на котором сила $\vec{f}$ постоянна (рис.8, рис.9).

В момент времени $t_1 = t_A$ частица имеет импульс $\vec{p}_1$.

В момент времени $t_2 = t_C$ частица имеет импульс $\vec{p}_2$.

Расстояние AB тело пройдет, двигаясь по инерции со скоростью $\vec{v}_1 = \vec{p}_1 / m$, при этом

$\overline{dl}_I = \overline{AB} = \overline{v}_1 \cdot dt$. Расстояние BC тело пройдет, двигаясь под действием силы $\overline{f}$

$$\overline{dl}_f = \overline{BC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{a} \cdot (dt)^2 = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \overline{f} \cdot (dt)^2.$$

Реальное перемещение $\overline{dl} = \overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{dl}_I + \overline{dl}_f$

Приращение импульса за Δt : $\Delta \overline{p} = \overline{p}_2 - \overline{p}_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \overline{p}_2 = \overline{p}_1 + \Delta \overline{p} \Rightarrow \overline{p}_2 = \overline{p}_1 + \overline{f} \cdot \Delta t$$

Приращение кинетической энергии за Δt :

$$\begin{aligned} \Delta E = E_2 - E_1 &= \frac{(\overline{p}_2)^2}{2 \cdot m} - \frac{(\overline{p}_1)^2}{2 \cdot m} = \frac{(\overline{p}_1 + \Delta \overline{p})^2}{2 \cdot m} - \frac{(\overline{p}_1)^2}{2 \cdot m} = \frac{2 \cdot \overline{p}_1 \cdot \Delta \overline{p} + (\Delta \overline{p})^2}{2 \cdot m} = \frac{\overline{p}_1 \cdot \Delta \overline{p}}{m} + \frac{(\Delta \overline{p})^2}{2 \cdot m} = \\ &= \frac{\overline{p}_1 \cdot \overline{f} \cdot \Delta t}{m} + \frac{(\overline{f} \cdot \Delta t)^2}{2 \cdot m} = \frac{m \cdot \overline{v}_1 \cdot \overline{f} \cdot \Delta t}{m} + \frac{(\overline{f} \cdot \Delta t)^2}{2 \cdot m} = \frac{m \cdot \overline{f} \cdot \Delta \overline{l}_I}{m} + \frac{(\overline{f} \cdot \Delta t)^2}{2 \cdot m} = \overline{f} \cdot \Delta \overline{l}_I + \frac{(\overline{f} \cdot \Delta t)^2}{2 \cdot m}. \\ \Delta E &= \overline{f} \cdot \Delta \overline{l}_I + \frac{(\overline{f} \cdot \Delta t)^2}{2 \cdot m} = \left\langle \overline{f} \cdot \Delta \overline{l}_I \equiv \Delta A_I, \frac{(\overline{f} \cdot \Delta t)^2}{2 \cdot m} \equiv \Delta A_f \right\rangle = \Delta A_I + \Delta A_f = \overline{f} \cdot \Delta \overline{l} = \Delta A. \end{aligned}$$

Тогда дифференциал $dE = \overline{f} \cdot d\overline{l}_I = \overline{f} \cdot \overline{v} \cdot dt = dA_{mechanics}$ - результат классической механики.

Проводя очень вольные рассуждения, напишем:

$$\left. \begin{aligned} \Delta E &= \overline{f} \cdot \overline{v} \cdot \Delta t + \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (\Delta t)^2 \\ \Downarrow \\ dE &= \overline{f} \cdot \overline{v} \cdot dt \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \Delta E &= \left(\overline{f} \cdot \overline{v} \cdot \Delta t - \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (\Delta t)^2 \right) + \left(\frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (\Delta t)^2 \right) \\ \Downarrow \\ dE &= \overline{f} \cdot \overline{v} \cdot dt \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dE = \left(\overline{f} \cdot \overline{v} \cdot dt - \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 \right) + \left(\frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 \right) = dA_{inertia} + dA_{source} = dA_{mechanics} = \overline{f} \cdot \overline{v} \cdot dt$$

- новый взгляд на понятие механической работы силы.

Этот результат постараемся так же объяснить совсем нестрогими рассуждениями, приведенными ниже.

$dl_I = AB$ - расстояние, которое пройдет тело (со скоростью $\overline{v}_1$) по инерции в отсутствии силы $\overline{f}$ (рис.8, рис. 9)

Двигаясь по инерции от A к B за время dt , будет произведена работа на пути AB :

$$A_I = \overline{f} \cdot \overline{AB} = \overline{f} \cdot \overline{dl}_I = \overline{f} \cdot \overline{v}(t) \cdot dt.$$

Работа, возвращающая тело на кривую L , есть работа на пути BC :

$$A_{BC} = \overline{f} \cdot \overline{BC} = \overline{f} \cdot \overline{dl}_f = \overline{f} \cdot \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \overline{f} \cdot (dt)^2 = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot f^2 \cdot (dt)^2$$

Реальная работа на пути AC : $A_{AC} = \overline{f} \cdot \overline{AC} = \overline{f} \cdot \overline{dl}$ или

$$A_{AC} = \overline{f} \cdot \overline{dl} = A_{AB} + A_{BC} = \overline{f} \cdot \overline{dl}_I + \overline{f} \cdot \overline{dl}_f.$$

Считаем, что работа постоянной силы

$$dA = dE = \overline{f} \cdot \overline{dl}_I + \overline{f} \cdot \overline{dl}_f = \overline{f} \cdot \overline{v}(t) \cdot dt + \frac{(\overline{f} \cdot dt)^2}{2 \cdot m} = \overline{f} \cdot \overline{dl}. \quad (*)$$

Выведем формулу (*) иным способом:

при прямолинейном равноускоренном движении $\Delta \bar{l} = \bar{v}_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \bar{a} \cdot (\Delta t)^2 = \Delta l_I + \Delta l_f$, где:

$\Delta l_I = \bar{v}_0 \cdot \Delta t$ – расстояние, которое пройдет тело по Инерции,

$\Delta l_f = \frac{1}{2} \cdot \bar{a} \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{f}}{m} \cdot (\Delta t)^2$ – расстояние, которое пройдет тело под действием силы $\bar{f}$.

Умножим на силу $\bar{f}$:

$$\bar{f} \cdot \Delta \bar{l} = \bar{f} \cdot \bar{v}_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \bar{f} \cdot \bar{a} \cdot (\Delta t)^2 = \bar{f} \cdot \bar{v}_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \bar{f} \cdot \bar{f} \cdot (\Delta t)^2 = \bar{f} \cdot \Delta l_I + \bar{f} \cdot \Delta l_f = \Delta A_I + \Delta A_f = \Delta A$$

Из рис.8, рис.9 $\rightarrow dA = dA_I + dA_f = \bar{f} \cdot \bar{v}_0 \cdot dt + \frac{1}{2 \cdot m} \cdot (\bar{f})^2 \cdot (dt)^2$. это формула (*)

Обобщим формулу (*) на случай не постоянной силы.

$$A = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f} \cdot d\bar{l}_I + \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 = \left\langle \begin{array}{l} \text{тело движется под действием силы } \bar{f} \text{ и} \\ \text{Инерции, совершая движение по кривой } L \end{array} \right\rangle = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f} \cdot d\bar{l}$$

Таким образом, за время $\Delta t = t_2 - t_1$ сила $\bar{f}$ совершает работу

$$A = A_I + A_f = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f} \cdot d\bar{l}_I + \int_{t_1}^{t_2} \bar{f} \cdot d\bar{l}_f = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot d\bar{l}(t). \quad (**)$$

Последняя формула нуждается в осмыслении. Разумно предположить, что она выражает механическую работу силы $A_{mechanics}$ за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$.

Учитывая рассуждения этого пункта и рассуждения § 1, сопровождающихся рисунками, естественно считать, что работа источника силы есть

$$A_{source} = A_f = \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2,$$

$$\text{работа Инерции есть } A_{inertia} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot d\bar{l}_I(t),$$

механическая работа есть

$$A_{mechanics} = A_{inertia} + A_f = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot d\bar{l}(t) + A_f.$$

В итоге $A_{inertia} + A_{source} = A_{mechanics}$.

п. 2 Окончательное рассмотрение вопроса (продолжение п.1).

Выводы п.1 несмотря на формально правильные рассуждения нуждаются в уточнении. Схема на рис.9 рассматривается, как модель движения тела на элементарном участке. (!*!)

На элементарном участке (см. рис. 9) элемент работы механической силы запишем так, как выглядит (*): $dA = \bar{f} \cdot d\bar{l} = \bar{f} \cdot d\bar{l}_I + \bar{f} \cdot d\bar{l}_f$.

Элемент работы $\bar{f} \cdot d\bar{l}_f$ естественно оценить как элемент работы источника силы и

$$\text{обозначить } dA_{source} = \bar{f} \cdot d\bar{l}_f = \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2$$

Элемент работы $\bar{f} \cdot d\bar{l}_I$ совершается при движении тела по инерции и его естественно включить в элемент работы Инерции $dA_{inertia}$.

Однако формула $dA_{inertia} = \bar{f}(t) \cdot d\bar{l}_I(t) = \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt$ будет заведомо не полна.

Ведь при движении тела по Инерции при наличии силы $\bar{f}$, оно не будет равномерным и прямолинейным. Что бы движение в этом случае было прямолинейным, Инерция совершает работу:

$$dA_I = -\bar{f} \cdot d\bar{l}_f = -\frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2. \quad \left(\begin{array}{l} \text{Схема на рис.9 рассматривается, как модель} \\ \text{движения на элементарном участке.} \end{array} \right).$$

$$\begin{aligned} \text{Поэтому элемент работы } dA_{inertia} &= \bar{f}(t) \cdot d\bar{l}_I(t) - \bar{f} \cdot d\bar{l}_f = \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt - \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 = \\ &= (f_\tau(t) \cdot v(t) \cdot dt - \frac{f_\tau^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2) - \frac{f_n^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 = dA_{I_\tau} + dA_{I_n} \end{aligned}$$

dA_{I_τ} и dA_{I_n} – элементы работы Инерции при движении тела в тангенциальном и нормальном направлениях.

Другое рассмотрение. См. рис.9.

Сила, действующая на элементарном участке AC постоянная.

Поэтому все точки элементарного пути AC являются точками одинакового потенциала. Считаем, что сила на участке AC консервативная. При движении по Инерции от точки A за время dt тело пройдет расстояние (не путь!), равное AB (совершая работу $\bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt$), при этом удаляясь от точки C на расстояние, равное $|\overline{CB}|$, совершая работу $-\frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2$.

Тогда (так как точки A и C – точки одинакового потенциала) при движении по Инерции совершается работа:

$$dA_{inertia} = \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt - \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2.$$

При движении от точки A вследствие действия силы $\bar{f}$ за время dt , тело пройдет расстояние, равное $|\overline{BC}|$. При этом совершается работа:

$$dA_{source} = \bar{f} \cdot d\bar{l}_f = \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2.$$

Элемент работы механической силы:

$$\begin{aligned} dA_{mechanics} &= dA_{inertia} + dA_{source} = \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt - \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 + \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 = \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt = \\ &= f_\tau(t) \cdot v(t) \cdot dt. \end{aligned}$$

Работа за промежуток времени от t_1 до t_2 , в течении которого тело совершит движение по кривой L , определится формулой:

$$A_{mechanics} = A_{inertia} + A_{source} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt - \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 + \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt \quad (***)$$

или

$$A_{mechanics} = A_{inertia} + A_{source} = \int_{t_1}^{t_2} f_{\tau}(t) \cdot v(t) \cdot dt \quad (***)$$

Формула (***) объясняет работу механической силы при движении по окружности рис.1, рис.3, рис.4, рис.5 и случай прямолинейного движения (рис.10).

Например, при вращении спутника вокруг Земли:

$$A_{inertia} + A_{source} = \int_{t_1}^{t_2} f_{\tau}(t) \cdot v(t) \cdot dt - A_f + A_f = \int_{t_1}^{t_2} f_{\tau}(t) \cdot v(t) \cdot dt = 0 = A_{mechanics} \text{ что согласуется}$$

с классической механикой.

Круговорот энергии $A_f = \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2$ и $A_l = - \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 = -A_f$ такой

Источник силы $\bar{f}$: $A_f \rightarrow$ Физ. Вакуум : $A_l \rightarrow$ Инерция: $A_l \rightarrow$
 $\rightarrow$ Физ. Вакуум: $A_f \rightarrow$ Источник силы $\bar{f}$.

⟨ Замечание : в рамках математического анализа доказать формулу (***) невозможно ⟩

Можно конечно развивать и другой подход:

$$A_{mechanics} = A_{inertia} + A_{source} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot d\bar{l}(t) = \int_{l_1}^{l_2} \bar{f}(l) \cdot d\bar{l}$$

$$A_{inertia} = - \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2, \quad A_{source} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2.$$

Однако рассмотрение ситуации, при которой на тело действует только одна сила, обусловленная своим источником, отдает предпочтение в пользу варианта:

$$A_{inertia} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt - \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2; \quad A_{source} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2$$

$$A_{mechanics} = A_{inertia} + A_{source} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot d\bar{l}(t) = \int_{l_1}^{l_2} \bar{f}(l) \cdot d\bar{l},$$

когда возможен случай $A_{inertia} = 0$.

Рассмотрим случай, когда на тело массы m действуют n сил $\bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_n$.

Результирующая сила, действующая на тело, $\bar{f} = \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \dots + \bar{f}_n$ обусловлена n источниками сил $source \ f_1, source \ f_2, \dots, source \ f_n$.

Суммарную работу этих n источников естественно определить, как

$$dA_f = \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 = \frac{(\bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \dots + \bar{f}_n)^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \left(\sum_{i=1}^n f_i^2 \cdot (dt)^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ (i \neq k)}}^n \bar{f}_i \cdot \bar{f}_k \right) \cdot (dt)^2 = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \sum_{i=1}^n f_i^2 \cdot (dt)^2 + \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=i \\ (i \neq k)}}^n \bar{f}_i \cdot \bar{f}_k \cdot (dt)^2$$

При этом

$$dA_{f_i} = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot f_i^2 \cdot (dt)^2 \quad - \text{элемент работы источника силы } f_i$$

$$dW_{f_{ik}} = \frac{1}{m} \cdot \bar{f}_i \cdot \bar{f}_k \cdot (dt)^2 \quad - \text{элемент энергии взаимодействия источника силы } \bar{f}_i \text{ и}$$

источника силы $\bar{f}_k$.

$$\text{Тогда } dA_f = \sum_{i=1}^m dA_{f_i} + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=i \\ (i \neq k)}}^n dW_{f_{ik}} \quad - \text{элемент работы суммы } n \text{ источников сил } \bar{f} = \sum_{i=1}^m \bar{f}_i$$

$$\text{Элемент работы Инерции } dA_I = (\bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \dots + \bar{f}_n) \cdot \bar{v} - \sum_{i=1}^m dA_{f_i} - \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=i \\ (i \neq k)}}^n dW_{f_{ik}}$$

Рассмотрим случай, когда на тело массы m действует одна сила $\bar{f}$. Естественно поставить вопрос о энергии взаимодействия Инерции и Источника силы $\bar{f}$. На него можно ответить, если от подхода

$$\left\langle dA_f = \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2, \quad dA_I = \bar{f} \cdot \bar{v} \cdot dt - \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2, \quad dA_{\text{mechanics}} = dA_f + dA_I = \bar{f} \cdot \bar{v} \cdot dt \right\rangle$$

перейти к подходу

$$\left\langle \begin{aligned} dA_f &= \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2, \quad dA_I = -\frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2, \quad dW_{fI} = \bar{f} \cdot \bar{v} \cdot dt, \\ dA_{\text{mechanics}} &= dA_f + dA_I + dW_{fI} = \bar{f} \cdot \bar{v} \cdot dt \\ dW_{fI} &= \bar{f} \cdot \bar{v} \cdot dt - \text{элемент энергии взаимодействия Инерции и Источника силы } \bar{f}. \end{aligned} \right\rangle$$

Замечание: а) Можно рассмотреть также и такой подход:

$$dA_{\text{inercia}} = -\bar{f} \cdot \bar{v} \cdot dt - \frac{(\bar{f} \cdot dt)^2}{2 \cdot m}, \quad dA_{\text{source}} = \frac{(\bar{f} \cdot dt)^2}{2 \cdot m}, \quad dA_{\text{mechanics}} = -(dA_{\text{inercia}} + dA_{\text{source}})$$

б) Рассуждения этого пункта не являются доказательствами. Они подводят к мысли о том, что Инерция совершает работу и Источник силы совершает работу.

п.3 Инерция.

а) По мнению автора, формула, которая бы наилучшим образом описывала Инерцию, такова:

$$\bar{v}(t+dt) = \bar{v}(t) + \frac{\bar{f}(t)}{m} \cdot dt,$$

где $\bar{v}(t)$ - скорость частицы, имеющую массу m и находящейся в точке $M(\bar{r}(t))$.

В случае нулевой силы $\bar{f} = 0$ (Инерция – источник нулевой силы), имеем

$$\bar{v}(t+dt) = \bar{v}(t).$$

б) Рассмотрим закон движения:

$$\bar{r}(t) = \int_0^t (\bar{v}(0) + \int_0^t \bar{w}(t) dt) dt = \int_0^t (\bar{v}(0) dt + \int_0^t (\int_0^t \bar{w}(t) dt) dt)$$

Здесь значок $\int_0^t$ в формулах отражает присутствие Инерции.

Пусть тело массы m движется равноускоренно с постоянным ускорением $\bar{w} = \bar{f} / m$ под действием силы $\bar{f}$. Тогда за отрезок времени $[t_1, t_2]$ тело пройдет расстояние

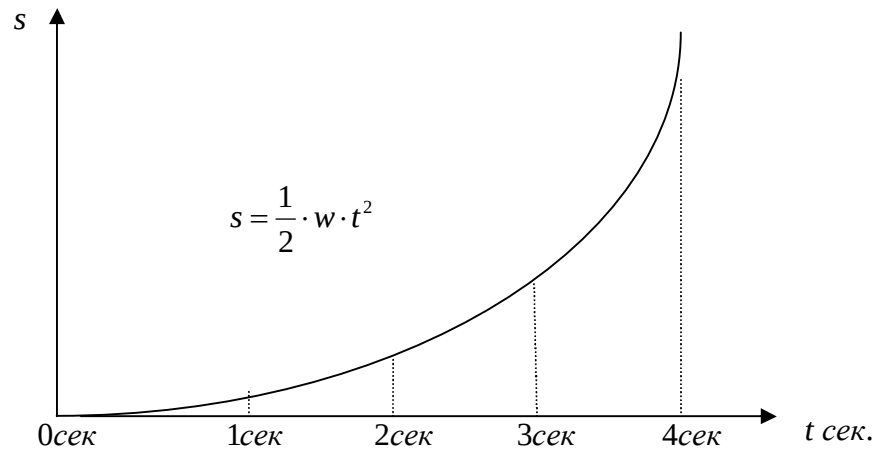
$$s = \bar{v}(t_1) \cdot t \Big|_0^{t_2-t_1} + \frac{1}{2} w t^2 \Big|_0^{t_2-t_1} = v(t_1) \cdot (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \cdot w \cdot (t_2 - t_1)^2 = s_I + s_f$$

Естественно считать, что по инерции тело пройдет расстояние, равное $s_I = v(t_1) \cdot (t_2 - t_1)$,

а вследствие действия силы $\bar{f}$ пройдет расстояние, равное $s_f = \frac{1}{2} \cdot w \cdot (t_2 - t_1)^2$.

Рассмотрим конкретный пример:

Тело движется равноускоренно с ускорением w . Скорость в начальный момент времени $t=0$ равна $v(0)=0$. Найдём расстояние, пройденное телом за различные отрезки времени.



За отрезок времени $[t_1; t_2]$: $s = v(t_1) \cdot (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \cdot w \cdot (t_2 - t_1)^2 = s_I + s_f$

За отрезок времени $[0; 4]$: $s = v(0) \cdot (4 - 0) + \frac{1}{2} \cdot w \cdot (4 - 0)^2 = 0 \cdot 4 + 8 \cdot w = s_I + s_f = 8 \cdot w$

За отрезок времени $[0; 1]$: $s = v(0) \cdot (1 - 0) + \frac{1}{2} \cdot w \cdot (1 - 0)^2 = 0 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot w = s_I + s_f = \frac{1}{2} \cdot w$

За отрезок времени $[1; 2]$: $s = v(1) \cdot (2 - 1) + \frac{1}{2} \cdot w \cdot (2 - 1)^2 = 1 \cdot w + \frac{1}{2} \cdot w = s_I + s_f = \frac{3}{2} \cdot w$

За отрезок времени $[2; 3]$: $s = v(2) \cdot (3 - 2) + \frac{1}{2} \cdot w \cdot (3 - 2)^2 = 2 \cdot w + \frac{1}{2} \cdot w = s_I + s_f = \frac{5}{2} \cdot w$

За отрезок времени $[3; 4]$: $s = v(3) \cdot (4 - 3) + \frac{1}{2} \cdot w \cdot (4 - 3)^2 = 3 \cdot w + \frac{1}{2} \cdot w = s_I + s_f = \frac{7}{2} \cdot w$

За отрезок времени $[0; 2]$: $s = v(0) \cdot (2 - 0) + \frac{1}{2} \cdot w \cdot (2 - 0)^2 = 0 + 2 \cdot w = s_I + s_f = 2 \cdot w$

За отрезок времени $[2; 4]$: $s = v(2) \cdot (4 - 2) + \frac{1}{2} \cdot w \cdot (4 - 2)^2 = 2 \cdot 2w + 2 \cdot w = s_I + s_f = 6 \cdot w$

Проверим: $s_{[0;1]} + s_{[1;2]} + s_{[2;3]} + s_{[3;4]} = \frac{1}{2} \cdot w + \frac{3}{2} \cdot w + \frac{5}{2} \cdot w + \frac{7}{2} \cdot w = 8 \cdot w = s_{[0;4]}$

$$s_{[0;2]} + s_{[2;4]} = 2 \cdot w + 6 \cdot w = 8 \cdot w = s_{[0;4]}$$

Сравним:

$$\begin{cases} s_{I[0;1]} + s_{I[1;2]} + s_{I[2;3]} + s_{I[3;4]} = 0 + 1 \cdot w + 2 \cdot w + 3 \cdot w = 6 \cdot w \neq s_{I[0;4]} = 0 \\ s_{f[0;1]} + s_{f[1;2]} + s_{f[2;3]} + s_{f[3;4]} = \frac{1}{2} \cdot w + \frac{1}{2} \cdot w + \frac{1}{2} \cdot w + \frac{1}{2} \cdot w = 2 \cdot w \neq s_{f[0;4]} = 8 \cdot w \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_{I[0;2]} + s_{I[2;4]} = 0 + 4 \cdot w = 4 \cdot w \neq s_{I[0;4]} = 0 \\ s_{f[0;2]} + s_{f[2;4]} = 2 \cdot w + 2 \cdot w = 4 \cdot w \neq s_{[0;4]} = 8 \cdot w \end{cases}$$

Получается, что найти расстояние, пройденное телом по Инерции и расстояние, пройденное телом вследствие действия силы $\bar{f}$, в классической механике невозможно в принципе. Движение по Инерции относительно. Оно зависит от выбора ИСО и от выбора промежутка времени.

Даже рассматривая формулу $\Delta s = \frac{1}{2} \cdot w \cdot \Delta t^2$ нельзя сказать, что расстояние Δs

обусловлено только Источником силы. Оно обусловлено < Инерция + Источник силы >.

Разобьем исходный отрезок времени $[t_1, t_2]$ на n частей $[t_i, t_{i+1}]$.

$$[t_i; t_{i+1}] : \Delta s_i = v(t_i) \cdot (t_{i+1} - t_i) + \frac{1}{2} \cdot w \cdot (t_{i+1} - t_i)^2 = v(t_i) \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot w \cdot (\Delta t)^2 = \Delta s_{I_i} + \Delta s_{f_i}$$

$$[t_1, t_2] : \sum_{i=1}^n \Delta s_i = \sum_{i=1}^n \Delta s_{I_i} + \sum_{i=1}^n \Delta s_{f_i}$$

Осуществляя предельный переход, получим

$$s = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta s_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta s_{I_i} + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta s_{f_i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n v(t_i) \cdot \Delta t + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \cdot w \cdot (\Delta t)^2 = s_I + s_f = s_I + 0$$

То есть, при таком рассмотрении вопроса, получается, что все расстояние тело проходит только по Инерции и вообще не проходит расстояние, обусловленное Источником силы. С точки зрения здравого смысла в это трудно поверить. Математик будет удовлетворен таким результатом, но простой человек, а тем более философ с этим, по-видимому, не согласится.

Как следствие из этого вытекает вывод:

В рамках ньютоновской механики в принципе невозможно посчитать работу, совершаемую Инерцией и работу, совершаемую Источником силы.

Инерция и Источник силы в классической механике представляют собой единое целое.

Недаром ведь и такой корифей, как А. Эйнштейн, в ОТО Инерцию и Тяготение (Источник силы) рассматривает как нечто общее.

Чтобы не исключать из рассмотрения работу Инерции и работу Источника силы считаем:

- За время dt (см. рис. 9) Источник силы совершает работу $dA_{source} = dA_f = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \bar{f}^2 \cdot dt^2$.

- За время dt скорость $\bar{v}(t)$ постоянна и Инерция совершает работу $\bar{f} \cdot \bar{v} \cdot dt$.

- Наше допущение состоит в том, что для того, чтобы реализовать условие $\bar{v}(t) = \overline{const}$, Инерция дополнительно совершает работу $dA_I = -dA_f$.

$$\text{В итоге } dA_{inertia} = \bar{f} \cdot \bar{v} \cdot dt - \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \bar{f}^2 \cdot dt^2 \text{ и } dA_{mechanics} = dA_{inertia} + dA_{source}.$$

в) В [4] Л. Бриллюэн инерциальную систему отсчета наделяет бесконечной массой.

В реальности масса системы отсчета должна быть достаточно большой, но все же конечной величиной. Припишем системе отсчета конечное значение массы.

Пусть неинерциальная система отсчета массы M движется относительно инерциальной с некоторым постоянным ускорением $\bar{a}$. Тогда работа источника силы, под действием которой движется неинерциальная система отсчета за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$:

$$A_{\text{source}} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{f})^2}{2 \cdot M} \cdot (dt)^2 = \int_{t_1}^{t_2} \frac{(M \bar{a})^2}{2 \cdot M} \cdot (dt)^2 = \int_{t_1}^{t_2} \frac{M \cdot a^2}{2} \cdot (dt)^2 = \frac{M \cdot a^2}{2} \cdot (\Delta t)^2$$

На некоторое тело массы m , неподвижное в инерциальной системе отсчета, в неинерциальной системе отсчета действует сила инерции $f_{in} = -m \cdot \bar{a}$.

Работа источника силы инерции, действующей на тело массы m

$$A_{\text{source inertia}} = \frac{m \cdot a^2}{2} \cdot (\Delta t)^2. \text{ Работу } A_{\text{source inertia}}, \text{ казалось бы, естественно отнести к работе}$$

A_{source} . Но, если таких тел будет много ($\sum m > M$), то возможен случай, когда

$$\sum A_{\text{source inertia}} > A_{\text{source}}.$$

С другой стороны многие считают силы инерции фиктивными. Тогда, нужно ответить на вопрос: какую механическую работу совершает фиктивная сила? Фиктивную или реальную? Фиктивен или реален источник силы инерции и фиктивна или реальна его работа? По мнению автора, силы инерции реальны. Реальны - механическая работа силы инерции и работа источника силы инерции. Источник сил инерции – Инерция, которая рассматривается как особая форма материи и представляет собой Источник “нулевой силы”.

Рассмотрим формулы п.2 §4:

$$W_{fik} = \frac{1}{m} \cdot \bar{f}_i \cdot \bar{f}_k \cdot (dt)^2 = \frac{1}{m} \cdot (\bar{f}_i \cdot dt) \cdot (\bar{f}_k \cdot dt)$$

$$W_{fI} = \bar{f} \cdot \bar{v} \cdot (dt) = \frac{1}{m} \cdot (\bar{f} \cdot dt) \cdot (\bar{p} \cdot (dt)^0)$$

Рассмотрим формулы:

$$dA_f = \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2 = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot (f \cdot dt) \cdot (f \cdot dt)$$

$$E = \frac{p^2}{2 \cdot m} = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot (p \cdot (dt)^0) \cdot (p \cdot (dt)^0)$$

Рассмотрим формулы:

$$\bar{f} = m \cdot \bar{a}, \quad \bar{a} - \text{ускорение тела}$$

$$\bar{p} = m \cdot \bar{v}, \quad \bar{v} - \text{скорость тела}$$

(сравнивая, делаем вывод:
импульс $\bar{p} = m \cdot \bar{v}$ представляет собой
"нулевую силу". Инерция представляет
собой Источник "нулевой силы".
Инерция не оказывая, силового
воздействия, совершает работу.

п.4 Побочные рассуждения. (!!!!!)

В предлагаемой работе в п.2-п.5 §1 рассматривается интеграл

$$\int_a^b f(x) \cdot (dx)^2 = \int_a^b \left(\int_a^b f(x) dx \right) dx, \text{ как частный случай двойного интеграла}$$

$$\int_a^b \left(\int_a^b f(x, y) dx \right) dy. \quad \int_a^b f(x) \cdot (dx)^2 = \int_a^b \left(\int_a^b f(x) dx \right) dx = (b-a) \cdot \int_a^b f(x) dx$$

В качестве примера выведем формулу пути прямолинейного равноускоренного движения,

используя обычное интегральное исчисление и интегралы вида $\int_a^b f(x) \cdot (dx)^2$:

$$s = \int_0^{t_2-t_1} v(t) dt = \int_0^{t_2-t_1} (v_0 + a \cdot t) dt = (v_0 \cdot t) \Big|_0^{t_2-t_1} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Big|_0^{t_2-t_1} = v_0 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_2 - t_1)^2$$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} (v_0 \cdot dt + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (dt)^2) = v_0 \cdot \int_{t_1}^{t_2} dt + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \int_{t_1}^{t_2} (dt)^2 = v_0 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_2 - t_1)^2$$

Как видим, получен одинаковый результат.

Аналогично определим

$$\int_a^b f(x) \cdot (dx)^n = \int_a^b \dots \left(\int_a^b f(x) dx \right) \dots dx = (b-a)^{n-1} \cdot \int_a^b f(x) dx$$

Формулу $\int_a^b f(x) \cdot (dx)^n = (b-a)^{n-1} \cdot \int_a^b f(x) dx$ можно распространить и на случай $n \leq 0$.

$$\int_a^b f(x) = \int_a^b f(x) \cdot (dx)^0 = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx \quad \Rightarrow \quad \int_a^b (dx)^0 = \int_a^b 1 = b-a$$

$$\int_a^b f(x) \cdot (dx)^{-n} = \frac{1}{(b-a)^{n+1}} \cdot \int_a^b f(x) dx \quad \Rightarrow \quad \int_a^b (dx)^{-n} = \frac{1}{(b-a)^n}$$

Попробуем расширить понятие интеграла на случай $\int_a^b f(x) \cdot \psi(dx)$.

Приведем без вывода и пояснений возможные варианты:

$$a) \quad \int_a^b f(x) \cdot \psi(dx) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \cdot \psi(\Delta x_k) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\psi(x)}{x} \cdot \int_a^b f(x) \cdot dx$$

в формулах, приведенных ниже $\psi(dx)$ разлагается в степенной ряд

$$b) \quad \int_a^b f(x) \cdot \psi(dx) = \left\langle \int_a^b f(x) = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx \right\rangle = \frac{\psi(b-a) - \psi(0)}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) \cdot dx \quad (*)$$

$$в) \quad \int_a^b f(x) \cdot \psi(dx) = \left\langle \int_a^b f(x) \equiv 0 \right\rangle = \frac{\psi(b-a) - \psi(0)}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx$$

$$г) \quad \int_a^b f(x) \cdot \psi(dx) = \left\langle \int_a^b f(x) \equiv \int_a^b \sqrt{1 + f'^2(x)} dx \right\rangle = \psi(0) \cdot \int_a^b \sqrt{1 + f'^2(x)} dx + \frac{\psi(b-a) - \psi(0)}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx$$

Коэффициент $\frac{\psi(b-a) - \psi(0)}{b-a}$ в формуле (*) показывает во сколько раз площадь

$\int_a^b f(x) \cdot \psi(dx)$ больше площади $\int_a^b f(x) \cdot dx$. Фигура ($\approx \int_a^b f(x) \cdot \psi(dx)$) получается из

фигуры ($\approx \int_a^b f(x) \cdot dx$) путем сжатия / растяжения в направлении вдоль

оси OX (изменяется масштаб вдоль оси OX).

Числовые значения интегралов в п.2 – п.5 §1,

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{\cos d\varphi}, \quad \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + (d\varphi)^2}, \quad \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1 + (d\varphi)^2}}, \quad \int_0^{2\pi} \cos^2 d\varphi, \quad \int_0^{2\pi} \sin^2 d\varphi, \quad \text{вычисленные по этим}$$

формулам, нас не устраивают.

Поэтому в §1 пришлось действовать традиционно: разлагать функцию $\psi(x)$ в степенной ряд, отбрасывать бесконечно малые члены порядка больше 2 и т.д. . Получается странная ситуация: более точный прием (учет всех бесконечно малых), не приводит к нужному результату. Хотя может быть, в других задачах такой прием себя оправдает.

§5 Краткие выводы.

Оставаясь в рамках классической механики $A_{mechanics} = \int_{(L)} \bar{f}(l) \cdot d\bar{l} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) dt$,

рассматривая традиционный подход к понятию механической работы силы:

$$A_{mechanics} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot d\bar{l}(t) = \int_{(L)} \bar{f}(l) \cdot d\bar{l}$$

$$A_{inertia} = 0 \quad A_{source} = 0 \quad .$$

должны признать, что работа тяготения по удержанию спутника на орбите не совершается. Если же подойти к вопросу философски, как советуют Гегель и Федулаев, то можно прийти к следующим выводам:

1. Пришли к осознанию того, что Инерция, являясь источником нулевой силы, не оказывая силового воздействия, может совершать работу.
2. При удержании спутника на орбите гравитационное поле совершает работу, приближая спутник к центру с касательной на орбиту, отдавая энергию гравитационного поля. Инерция же совершает работу, отдавая спутник от центра по касательной и отдавая энергию гравитационному полю.
3. Наряду с механической работой силы предлагается ввести понятия **работы источника силы и работы Инерции**. Сила, действующая на тело, обусловлена своим источником

$$\text{силы, который совершает работу} \quad A_{source} = A_f = \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{m} \cdot (\Delta t)^2 \quad \left\langle A = \frac{(\Delta p)^2}{2 \cdot m} = \frac{(f \cdot \Delta t)^2}{2 \cdot m} \right\rangle ,$$

которая пополняется за счет энергии физического вакуума (эфира).

$$\text{Инерция совершает работу} \quad A_{inertia} = \int_{(L)} (\bar{f} \cdot d\bar{l}_I - \bar{f} \cdot d\bar{l}_f) = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt - \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{m} \cdot (dt)^2$$

$$\text{Механическая работа силы} \quad A_{mechanics} = A_{inertia} + A_{source} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{f}(t) \cdot \bar{v}(t) \cdot dt$$

При этом выполняется соотношение $A_{inertia} + A_{source} = A_{mechanics}$.

Тогда понимание механики будет таким:

Инерция, являясь особой формой материи, воздействует на пробное тело (масса тела = m)

совместно с источником силы $\bar{f}$ по закону $\bar{v}(t+dt) = \bar{v}(t) + \frac{\bar{f}}{m} \cdot dt$.

Инерция, являясь своего рода источником “нулевой силы”, действует на пробное тело, придавая ему импульс $\bar{p} = m \cdot \bar{v}$. Сила, действующая на тело, определяет:

работу, которую совершает Источник силы $dA_{source} = A_f = \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{m} \cdot (dt)^2$ и

работу, которую совершает Инерция $dA_{inertia} = \bar{f} \cdot \bar{v} \cdot dt - \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{m} \cdot (dt)^2$.

4. Можно также рассматривать и такой подход:

$$\left\langle \begin{aligned} dA_f &= \frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2, \quad dA_I = -\frac{f^2}{2 \cdot m} \cdot (dt)^2, \quad dW_{fI} = \bar{f} \cdot \bar{v} \cdot dt, \\ dA_{mechanics} &= dA_f + dA_I + dW_{fI} = \bar{f} \cdot \bar{v} \cdot dt \\ dW_{fI} &= \bar{f} \cdot \bar{v} \cdot dt - \text{элемент энергии взаимодействия Инерции и Источника силы } \bar{f}. \end{aligned} \right\rangle$$

5. Возможно даже следующее. Все источники силы, Инерция представляют собой природные устройства: одни из которых выкачивают энергию из физического вакуума (эфира), а другие наоборот закачивают энергию в физический вакуум (эфир), третьи же выкачивают и закачивают энергию одновременно. При этом точный теоретический “учет и контроль” баланса энергии невозможен в принципе.

6. В примерах §3 фигурируют очень большие значения посчитанных энергий источников сил, которые никак не проявляются. Для сравнения заметим, что энергия покоя тела, рассчитанная по формуле $E = m \cdot c^2$, также имеет очень большое значение. Например, энергия покоя яблока массой 200г. равна $1.8 \cdot 10^9$ дж.

7. Побочный результат наших рассуждений: может быть, стоит легализовать в

математике записи вида $\int_a^b f(x) \cdot (dx)^2$ и $\int_a^b f(x) \cdot (dx)^n$?

8. В начале статьи приводится выдержка из книги Л.Е. Федулаева [1].

Последнее предложение из этой выдержки таково: “То, что энергию, расходуемую на перемещение спутника мы не видим, это уже другой вопрос.”

А все же, почему мы не видим энергию? По мнению автора этой статьи, причина, по которой не видим энергию Тяготения, кроется в математическом анализе (см. §4 п.3). Известно, что всякая физическая теория имеет свои границы применимости.

Если придерживаться философских взглядов, то нужно признать, что Математический анализ также должен иметь свои границы применимости.

Понятно, что на основании одной гипотезы, возникшей при рассмотрении лишь одной задачи, никто не будет заниматься усовершенствованием Математического анализа.

Но кто его знает? Может быть, существуют и другие задачи, которые приводят к подобной мысли? Здесь уместно вспомнить высказывание одного из мыслителей: “Никто не понимает, почему работает математический анализ, но им пользуются потому, что он приносит хорошие результаты”.

Более подробное осмысление результатов этой работы предоставим философам, владеющим диалектическим методом Гегеля.

Эти простые, наивные рассуждения несколько выходят за рамки классической механики и позволяют не только увидеть круговорот энергии, но и рассчитать энергию обмена, не зная конкретного механизма такого круговорота.

В заключении отметим, что выше изложенные рассуждения навеяны философской книгой [1] и процитируем начало главы 1 из этой книги:

*“До Гегеля дошло известие, что теорию всемирного тяготения подсказало Ньютону падающее яблоко.
Гегель, - хорошенькое дельце. Сначала из-за этого яблока нас изгоняют из рая. Затем Парис неосторожно протягивает яблоко не той даме, - начинается Троянская война.
Это третий случай, - проделки все того же субъекта
Дурное предзнаменование для философских наук. “*

Скорее всего, это надо понимать как, призыв к бдительности. Следуя ему, мы советуем отнестись к нашим рассуждениям с осторожностью (особенно местам помеченным знаком “ !??! “). Не дай бог, физическая наука пойдет по неверному пути из-за “неслыханной метафизики” .

Литература:

- [1] Л.Е. Федулаев “Физическая форма гравитации” М.: КомКнига 2006
- [2] И.В. Савельев “Курс общей физики т.1” М. Наука, Гл. ред. Физ. мат. лит. 1973
- [3] А.Н. Матвеев “Механика и теория относительности” М., Высшая школа 1976
- [4] Л. Бриллюэн “Новый взгляд на теорию относительности” М., Мир, 1972
- [5] Г.М. Фихтенгольц “Курс дифференциального интегрального исчисления том III”
М., Фитзматгиз , 1960
- [6] Ю.В. Наumenко “Единая теория векторных полей” Армавир, Армавирское
полиграфпредприятие 2006

Россия, Краснодарский край, г. Армавир, 2010г.

mail-to: naumenko_ju@mail.ru http:// www.etvp.narod.ru

Возможность построения единой теории поля на основе обобщения электродинамики Максвелла.

Науменко Ю.В.

§ 1 Введение

В XX столетии была сформирована концепция единой теории поля, которая рассматривается как одно из стратегических направлений развития теоретической физики. Первым примером единой теории поля является электродинамика Максвелла. Из нее следует, что электричество и магнетизм тесно связанные явления, которые можно описать на основе единого электромагнитного поля.

Уравнения Максвелла в вакууме в системе СИ:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \bar{E} &= \frac{\rho}{\xi_0}, & \operatorname{rot} \bar{E} &= -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \bar{B} &= 0, & \operatorname{rot} \bar{B} &= \mu_0 \bar{j} + \mu_0 \xi_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1)$$

Так обобщив эти уравнения Дирак построил теорию электромагнитного поля с двумя видами зарядов: электрическим и магнитным. В [2] есть ссылки на работы Хевисайда, Бриджмена, Карстуа, в которых гравитационное поле описывается уравнениями похожими на (1). Такими же уравнениями в [12] описывается гравитация в пространстве Минковского. Изложим общий подход к объединению полей

§ 2 Единая теория векторных полей (ЕТВП).

Пусть имеется n полей:

$$\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n$$

каждому из которых сопоставляется свой заряд:

$$q_{X_1}, q_{X_2}, \dots, q_{X_n}.$$

Предлагается рассматривать эти поля, как проявления одного единого поля, удовлетворяющего уравнениям:

$$\operatorname{div} \bar{Y} = \sum_L v_{YL} \cdot \rho_L \quad (2)$$

$$\operatorname{rot} \bar{Y} = \sum_L \mu_{YL} \cdot \bar{j}_L + \sum_L \lambda_{YL} \cdot \frac{\partial \bar{L}}{\partial t}, \quad (3)$$

где Y, L принимают значения из набора символов

$$X_1, X_2, \dots, X_n,$$

(v) - матрица “электрических” постоянных,

(?) - матрица “магнитных” постоянных,

(λ) - матрица “электродинамических” постоянных,

ρ - плотности зарядов,

$\bar{j}$ - плотности токов..

Матрицы (v), (μ), (λ) обуславливают взаимодействие полей $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n$ друг с другом. Например, элемент v_{YL} матрицы (v) трактуется, как постоянная, обуславливающая воздействие поля $\bar{Y}$ на поле $\bar{L}$.

Можно доказать, что требование релятивистской инвариантности уравнений (2) и (3) приводит к условию:

$$(\lambda) \cdot (\lambda) = -\frac{1}{c^2} \cdot (I),$$

где (I) – единичная матрица, c – предельная скорость распространения взаимодействий. К такому же условию приводит требование существования волн поля. Можно показать, что в такой теории волны поля будут поперечными, как и в теории электромагнитного поля. Из требования, выполнения закона сохранения заряда каждого вида

$$\operatorname{div} \bar{j}_Y + \frac{\partial \rho_Y}{\partial t} = 0,$$

вытекает условие: $(\lambda) = (\mu) \cdot (\nu)^{-1}$

Вводя обозначение: $\bar{\Phi}_Y = \sum_L \lambda_{YL} \cdot \bar{L}$,

напишем формулы преобразования напряженности полей при переходе от одной ИСО к другой:

$$Y'_x = Y_x \quad Y'_y = \frac{Y_y + v \cdot \Phi_{Yz}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad Y'_z = \frac{Y_z - v \cdot \Phi_{Yy}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

при этом:

$$\Phi'_{Yx} = \Phi_{Yx} \quad \Phi'_{Yy} = \frac{\Phi_{Yy} - \frac{v}{c^2} \cdot Y_z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \Phi'_{Yz} = \frac{\Phi_{Yz} + \frac{v}{c^2} \cdot Y_y}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Для поля $\bar{Y}$ магнитным полем является поле $-\bar{\Phi}_Y = -\sum_L \lambda_{YL} \bar{L}$.

Наряду с уравнениями поля (2),(3) справедливы сопутствующие им уравнения:

$$\operatorname{div}(-\bar{\Phi}_Y) = -\sum_L \mu_{YL} \cdot \rho_L \quad (2')$$

$$\operatorname{rot}(-\bar{\Phi}_Y) = \frac{1}{c^2} \cdot \sum_L v_{YL} \cdot \bar{j}_L + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \bar{Y}}{\partial t} \quad (3')$$

Закон сохранения энергии поля будет представлять собой совокупность n уравнений:

$$\operatorname{div} \bar{S}_Y + \frac{\partial \omega_Y}{\partial t} = 0,$$

$$\text{где:} \quad \bar{S}_Y = \bar{Y} \times \frac{c^2}{v_{YY}} \cdot (-\bar{\Phi}_Y) \quad \text{вектор Пойтинга поля } \bar{Y},$$

$$\omega_Y = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \bar{\Phi}_Y \cdot \bar{\Phi}_Y + \frac{1}{v_{YY}} \bar{Y} \cdot \bar{Y} \right) \quad \text{плотность энергии поля } \bar{Y}.$$

Как и в теории электромагнитного поля вводятся в рассмотрение антисимметричные тензоры поля F_{Yik} , и дуальные псевдотензоры F_{Yik}^* , которые представляют собой бивекторы: $F_{Yik} = (\bar{Y}, -c \cdot \bar{\Phi}_Y)$

$$F_Y^{*ik} = \frac{1}{2} \cdot e^{iklm} \cdot F_{Ylm} = (c \cdot \bar{\Phi}_Y, -\bar{Y}).$$

Уравнения поля (2) и (3) можно выразить через тензоры F_Y^{ik} следующим образом:

$$\sum_k \frac{\partial F_Y^{ik}}{\partial X^k} = -\frac{1}{c} \cdot \sum_L v_{YL} \cdot j_Y^i, \quad (4)$$

$$\sum_k \frac{\partial F_Y^{*ik}}{\partial X^k} = \sum_L \mu_{YL} \cdot j_L^i. \quad (4')$$

или
$$\frac{\partial}{\partial X_i} F_Y^{ik} + \frac{\partial}{\partial X_i} F_Y^{kl} + \frac{\partial}{\partial X_k} F_Y^{li} = e^{iklm} \cdot \sum_L \mu_{YL} j_{Lm},$$

где e^{iklm} – совершенно антисимметричный 4-тензор четвертого ранга,

$$\{j^i\} = \{j_{X_1}^i \dots j_{X_n}^i\} - 4\text{-векторы плотности токов}, \quad \{F^{ik}\} = \left\{ \begin{matrix} F_{X_1}^{ik} \\ \dots \\ F_{X_n}^{ik} \end{matrix} \right\} - \text{тензоры поля}.$$

Сила Лоренца, действующая на частицу с зарядами $\{q_{X_1}, q_{X_2}, \dots, q_{X_n}\}$ в поле

$$\{F\} = \begin{pmatrix} \bar{X}_1 \\ \dots \\ \bar{X}_n \end{pmatrix}$$

равна

$$\bar{f} = \sum_Y q_Y \cdot \bar{Y} + \sum_Y q_Y \cdot [\bar{v} \times (-\bar{\Phi}_Y)] = \sum_Y q_Y \cdot \bar{Y} + \sum_Y q_Y \cdot \left[\bar{v} \times \left(-\sum_L \lambda_{YL} \bar{L} \right) \right] \quad (5)$$

или
$$f_{ni}^i = \frac{1}{c} \cdot \sum_Y (F_Y^{ik}) \cdot j_{Yk},$$

где f_{ni}^i – 4-вектор плотности силы.

В §4 указана функция Лагранжа, из которой вытекает это выражение для силы, действующей на частицу.

Точечный источник с набором зарядов $\{q_Y\} = (q_{X_1} \dots q_{X_n})$ порождает поля $\{F\}$

$$\bar{Y} = \sum_L \frac{v_{YL} \cdot q_L}{4 \cdot \pi \cdot r^3} \cdot \bar{r}, \text{ имеющие потенциал:}$$

$$\{\Phi_Y\} = \frac{-1}{4\pi \cdot r} \cdot (\lambda)^{-1} \cdot (v) \cdot \{q_Y\} = \frac{1}{4\pi \cdot r} \cdot c^2 \cdot (\mu) \cdot \{q\}.$$

Сила между частицей с набором зарядов $q_{X_1}^1, q_{X_2}^1, \dots, q_{X_n}^1$

и частицей с набором зарядов $q_{X_1}^2, q_{X_2}^2, \dots, q_{X_n}^2$

будет определяться обобщенным законом Кулона:

$$\bar{f} = \sum_Y \sum_X \frac{q_Y^1 \cdot v_{YX} \cdot q_X^2}{4 \cdot \pi \cdot r^3} \cdot \bar{r}.$$

Сила, действующая на частицу 2, движущуюся со скоростью $\bar{v}_2$, со стороны покоящейся частицы 1 равна

$$\bar{f}_{21} = \sum_Y q_Y^2 \cdot \sum_L \frac{v_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi r^3} \cdot (\bar{r}) - \sum_Y q_Y^2 \cdot \sum_L \frac{\mu_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi r^3} \cdot [\bar{v}_2 \times \bar{r}] = \bar{f}_{21}' + \bar{f}_{21}'' \quad (6)$$

Из формулы (6), анализируя взаимодействие двух монополей (частиц, имеющих только один заряд) вытекают условия:

$$\bar{f}_{21}' = -\bar{f}_{12}', \quad \bar{f}_{21}'' = \bar{f}_{12}'' \Rightarrow v_{YX} = v_{XY}, \quad \mu_{YX} = \mu_{XY}$$

или
$$\bar{f}_{21}' = -\bar{f}_{12}', \quad \bar{f}_{21}'' = -\bar{f}_{12}'' \Rightarrow v_{YX} = v_{XY}, \quad \mu_{YX} = -\mu_{XY}$$

В единой теории векторных полей третий закон Ньютона формулируется таким образом ($\vec{f}_{21}' = -\vec{f}_{12}'$, $\vec{f}_{21}'' = \vec{f}_{12}''$), чтобы выполнялись условия: $v_{YX} = v_{XY}$, $\mu_{YX} = \mu_{XY}$

Траектория, по которой движется частица 2 с набором зарядов $\{q_X^2\}$ в поле частицы 1 с набором зарядов $\{q_Y^1\}$ в случае их притяжения ($p > 0$), в сферической системе координат определяется из уравнений:

$$\begin{cases} r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos(\theta - \theta_0)} \\ \dot{v} = \frac{B}{m \cdot r^2} \\ \dot{\phi} = \frac{L}{m \cdot r^2 \cdot \sin v} \end{cases} \quad (7)$$

Здесь:

$$\dot{\theta} = \sqrt{\dot{v}^2 + (\sin^2 v) \cdot \dot{\phi}^2} ,$$

$$p - \text{параметр орбиты: } p = \frac{-4 \cdot \pi \cdot (B^2 + L^2)}{m \cdot \sum_Y \sum_X v_{YX} \cdot q_Y^1 \cdot q_X^2} ,$$

$$e - \text{эксцентриситет: } e = p \cdot \sqrt{a^2 + b^2} ,$$

$$\cos \theta_0 = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} , \quad \sin \theta_0 = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} ,$$

постоянные a и b определяются из начальных условий,

$$B = \sum_Y \sum_X \frac{\mu_{YX} \cdot q_Y^1 \cdot q_X^2}{4 \cdot \pi} ,$$

L – начальный момент импульса частицы 2,

$$N = \sqrt{N_v^2 + N_\phi^2} = \sqrt{L^2 + B^2} -$$

– полный момент импульса частицы 2,

N, L, B – константы ,

m – масса частицы 2 .

Свойства матриц (λ) (v) (μ) :

$$v_{YX} = v_{XY}$$

$$\mu_{YX} = \mu_{XY}$$

$$(\lambda) \cdot (\lambda) = -\frac{1}{c^2} \cdot (I)$$

$$(\lambda)^{-1} = -c^2 \cdot (\lambda)$$

$$(\lambda) = (\mu) \cdot (v)^{-1}$$

$$(\lambda) \cdot (v) = (\mu)$$

$$(\lambda) \cdot (\mu) = \left(-\frac{1}{c^2} \right) \cdot (v)$$

$$(\lambda) = -\frac{1}{c^2} \cdot (v) \cdot (\mu)^{-1} .$$

§ 3 4 Вектор-потенциалы. Взаимодействие частицы с полем.

Каждому полю $\bar{Y}$ поставим в соответствие 4-потенциал $A_Y^i = (\varphi_Y, c \cdot \bar{A}_Y)$, где φ_Y и $\bar{A}_Y$

удовлетворяют условию Лоренца: $\text{div} \bar{A}_Y + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \varphi_Y = 0$

Можно доказать, что скалярный и векторный потенциалы удовлетворяют уравнениям, аналогичным уравнениям Даламбера.

Из функции Лагранжа $L = -m \cdot c^2 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + L_{mf}$, где L_{mf} - функция Лагранжа

взаимодействия частицы с полем, составляя уравнение движения

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \bar{v}} - \frac{\partial L}{\partial \bar{r}} = 0 \quad \text{и учитывая аналоги уравнений Даламбера, приведенные ниже,}$$

получается выражение для силы Лоренца (5), из которого следует выражение напряженности поля через 4 вектор-потенциал.

Напряженности полей выражаются через 4вектор-потенциалы

$$\bar{Y} = \sum_L \lambda_{YL} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} \bar{A}_L + \text{grad} \varphi_L \right) + \text{rot} \bar{A}_Y.$$

Вектор $\bar{\Phi}_Y$ выражается через 4вектор-потенциалы:

$$\bar{\Phi}_Y = -\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \bar{A}_Y}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \cdot \text{grad} \varphi_Y + \sum_L \lambda_{YL} \cdot \text{rot} \bar{A}_L.$$

Скалярный и векторный потенциалы удовлетворяют уравнениям, аналогичным уравнениям Даламбера:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi_Y - \nabla^2 \varphi_Y &= c^2 \cdot \sum_L \mu_{YL} \cdot \rho_L \\ \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{A}_Y - \nabla^2 \bar{A}_Y &= \sum_L \mu_{YL} \cdot \bar{j}_L. \end{aligned}$$

Решения этих уравнений известны.

Функция Лагранжа для взаимодействия частицы с полем:

$$L_{mf} = \sum_Y q_Y \cdot \left(\sum_L \lambda_{YL} \cdot \varphi_L - \sum_L \bar{v} \cdot \left(\lambda_{YL} \bar{A}_L + \text{rot} \int \bar{A}_Y dt \right) \right)$$

определяет силу Лоренца: $\bar{f} = \sum_Y q_Y \cdot \left(\sum_L \lambda_{YL} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} \bar{A}_L + \text{grad} \varphi_L \right) + \text{rot} \bar{A}_Y \right) +$

$$\begin{aligned} &+ \sum_Y q_Y \left[\bar{v} \times \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \bar{A}_Y + \frac{1}{c^2} \text{grad} \varphi_Y \right) - \text{rot} \sum_L \lambda_{YL} \bar{A}_L \right] = \\ &= \sum_Y q_Y \cdot \bar{Y} + \sum_Y q_Y \cdot \left[\bar{v} \times \left(- \sum_L \lambda_{YL} \cdot \bar{L} \right) \right] = \sum_Y q_Y \cdot \bar{Y} + \sum_Y q_Y \cdot \left[\bar{v} \times \left(- \bar{\Phi}_Y \right) \right]. \end{aligned}$$

Рассмотрим взаимодействие двух частиц, имеющих наборы зарядов $\{q^1\}$ и $\{q^2\}$, движущихся соответственно со скоростями $\bar{v}_1$ и $\bar{v}_2$.

При малых скоростях, частица 1 создает поля потенциалов:

$$\varphi_Y = \frac{c^2 \cdot \sum_L \mu_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi \cdot r}, \quad \bar{A}_Y = \frac{\sum_L \mu_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi \cdot r} \cdot \bar{v}_1.$$

Тогда напряженности полей, создаваемых частицей 1 имеют вид:

$$\begin{aligned}
\bar{Y}_1 &= \sum_L \lambda_{YL} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} \bar{A}_L + \text{grad} \phi_L \right) + \text{rot} \bar{A}_Y = \\
&= \frac{1}{c^2} \cdot \sum_L \frac{v_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial t} \right) \cdot \frac{\bar{v}_1}{r^2} + \sum_L \frac{v_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi r^3} \cdot (\bar{r}) + \sum_L \frac{\mu_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi r^3} \cdot [\bar{v}_1 \times \bar{r}] \\
-\bar{\Phi}_{Y1} &= -\sum_N \lambda_{YN} \cdot \bar{N}_1 = \\
&= -\frac{1}{c^2} \cdot \sum_L \frac{\mu_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial t} \right) \cdot \frac{\bar{v}_1}{r^2} - \sum_L \frac{\mu_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi r^3} \cdot (\bar{r}) + \frac{1}{c^2} \cdot \sum_L \frac{v_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi r^3} \cdot [\bar{v}_1 \times \bar{r}].
\end{aligned}$$

Тогда сила, действующая на частицу 2 со стороны частицы 1, равна

$$\begin{aligned}
\bar{f}_{21} &= \sum_Y q_Y^2 \cdot (\bar{Y}_1 + \bar{v}_2 \times (-\bar{\Phi}_{Y1})) = \\
&= \frac{1}{c^2} \cdot \sum_Y q_Y^2 \cdot \sum_L \frac{v_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial t} \right) \cdot \frac{\bar{v}_1}{r^2} + \sum_Y q_Y^2 \cdot \sum_L \frac{v_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi r^3} \cdot (\bar{r}) + \sum_Y q_Y^2 \cdot \sum_L \frac{\mu_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi r^3} \cdot [\bar{v}_1 - \bar{v}_2] \times \bar{r} \\
&\quad - \sum_Y q_Y^2 \cdot \frac{1}{c^2} \cdot \sum_L \frac{\mu_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi \cdot r^2} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial t} \right) \cdot [\bar{v}_2 \times \bar{v}_1] + \frac{1}{c^2} \cdot \sum_Y q_Y^2 \cdot \sum_L \frac{v_{YL} \cdot q_L^1}{4\pi r^3} \cdot [\bar{v}_2 \times [\bar{v}_1 \times \bar{r}]].
\end{aligned}$$

Эта сила зависит не только от величин зарядов и скоростей частиц, но и от разности скоростей этих частиц.

Поля, создаваемые шаром, вращающимся с угловой скоростью $\bar{\omega}$, и имеющий радиус R и набор зарядов $\{q\}$:

$$\begin{aligned}
\bar{Y} &= \sum_L \frac{v_{YL} \cdot q_L}{4\pi} \cdot \frac{\bar{r}}{r^3} + \sum_L \frac{\mu_{YL} \cdot q_L \cdot R^2}{20\pi} \cdot \text{rot} \frac{\bar{\omega} \times \bar{r}}{r^3} . \\
-\Phi_Y &= -\sum_L \lambda_{YL} \cdot \bar{L} = -\sum_L \frac{\mu_{YL} \cdot q_L}{4\pi} \cdot \frac{\bar{r}}{r^3} + \sum_L \frac{v_{YL} \cdot q_L \cdot R^2}{20\pi \cdot c^2} \cdot \text{rot} \frac{\bar{\omega} \times \bar{r}}{r^3} \\
\text{rot} \frac{\bar{\omega} \times \bar{r}}{r^3} &= \frac{1}{r^3} \cdot \left(2 \cdot \bar{\omega} - \frac{3 \cdot \bar{r} \times [\bar{\omega} \times \bar{r}]}{r^2} \right) .
\end{aligned}$$

§ 4 Действие для поля. Получение уравнений поля из принципа наименьшего действия.

Действие для поля (см. [1]):

$$S = S_m + S_f + S_{mf} ,$$

где S_m - действие для частиц

S_f - действие для поля

S_{mf} - действие для взаимодействия частиц с полем.

$$S_m = -\sum m \cdot c \cdot \int ds .$$

$$S_f = \frac{1}{8} \cdot \int \sum_Y T_{Yik} \cdot T_Y^{ik} d\Omega \quad d\Omega = dx \cdot dy \cdot dz \cdot c \cdot dt .$$

$$\begin{aligned}
F_{Yik} &= \sum_L \lambda_{YL} \cdot \left(-\frac{\partial A_{Lk}}{\partial x^i} + \frac{\partial A_{Li}}{\partial x^k} \right) - \frac{1}{c} \cdot \left(-\frac{\partial A_{Yk}}{\partial x^i} + \frac{\partial A_{Yi}}{\partial x^k} \right)^* = (\bar{Y}, -c \cdot \bar{\Phi}_Y) = \\
&= \left(\sum_L \lambda_{YL} \left(\frac{\partial \bar{A}_L}{\partial t} + \text{grad} \phi_L \right) + \text{rot} \bar{A}_Y, \frac{1}{c} \cdot \left(\frac{\partial \bar{A}_Y}{\partial t} + \text{grad} \phi_Y \right) - c \cdot \sum_L \lambda_{YL} \cdot \text{rot} \bar{A}_L \right) .
\end{aligned}$$

$$(\xi) \cdot (\xi) = (v)^{-1} \quad , \quad (\xi) = \sqrt{(v)^{-1}} \quad , \quad (\chi) = \sqrt{(v)^{-1}} \cdot (\lambda) = (\xi) \cdot (\lambda) ,$$

$$v_{XY} = v_{YX} \quad , \quad \mu_{XY} = \mu_{YX} \quad . \quad T_{Yik} = \sum_N \xi_{YN} \cdot F_{Nik} .$$

Здесь 4-вектор $A^i = (A^0, c \cdot \bar{A}) = (\varphi, c \cdot \bar{A})$ и $A_i = (A_0, -c \cdot \bar{A}) = (\varphi, -c \cdot \bar{A})$.

Тензор $\left(-\frac{\partial A_{Yk}}{\partial x^i} + \frac{\partial A_{Yi}}{\partial x^k} \right)^* = \left(-c \cdot \text{rot } \bar{A}_Y, -\frac{\partial \bar{A}_Y}{\partial t} - \text{grad } \varphi_Y \right)$ дуален тензору

$$-\left(\frac{\partial A_{Yk}}{\partial x^i} - \frac{\partial A_{Yi}}{\partial x^k} \right) = \left(\frac{\partial A_{Yi}}{\partial x^k} - \frac{\partial A_{Yk}}{\partial x^i} \right) = \left(\frac{\partial \bar{A}_Y}{\partial t} + \text{grad } \varphi_Y, -c \cdot \text{rot } \bar{A}_Y \right).$$

$$\bar{Y} = \sum_L \lambda_{YL} \left(\frac{\partial \bar{A}_L}{\partial t} + \text{grad } \varphi_L \right) + \text{rot } \bar{A}_Y.$$

$$\bar{\Phi}_Y = \sum_L \lambda_{YL} \cdot \bar{L} = \left(-\frac{1}{c^2} \right) \cdot \left(\frac{\partial \bar{A}_Y}{\partial t} + \text{grad } \varphi_Y \right) + \sum_L \lambda_{YL} \cdot \text{rot } \bar{A}_L.$$

$$-c \cdot \bar{\Phi}_Y = \left(+\frac{1}{c} \right) \cdot \left(\frac{\partial \bar{A}_Y}{\partial t} + \text{grad } \varphi_Y \right) - c \cdot \sum_L \lambda_{YL} \cdot \text{rot } \bar{A}_L.$$

$$\begin{aligned} S_{mf} &= \frac{1}{c} \cdot \sum_Y \int j_Y^i \cdot \left(\sum_L \lambda_{YL} \cdot A_{Li} \right) d\Omega - \sum_Y \int (\bar{j}_Y \cdot \text{rot} \int \bar{A}_Y dt) d\Omega + \sum_Y \int (\text{rot } \bar{j} \cdot \int \bar{A}_Y dt) d\Omega = \\ &= \frac{1}{c} \cdot \sum_Y \int j_Y^i \cdot \left(\sum_L \lambda_{YL} \cdot A_{Li} \right) d\Omega + \sum_Y \int \text{div} [\bar{j} \times \int \bar{A}_Y dt] d\Omega, \\ d\Omega &= dx \cdot dy \cdot dz \cdot c \cdot dt. \end{aligned}$$

Из принципа наименьшего действия $\partial S = 0$ получим уравнения (4) и (4'), а следовательно и уравнения поля (2) и (3).

§ 5 Закон сохранения энергии поля

$$\begin{aligned} \text{Уравнения поля} \quad \text{div } \bar{Y} &= \sum_L v_{YL} \cdot \rho_L \\ \text{rot } \bar{Y} &= \sum_L \mu_{YL} \cdot \bar{j}_L + \sum_L \lambda_{YL} \cdot \frac{\partial \bar{L}}{\partial t}. \end{aligned}$$

Для пустого пространства:

$$\text{rot } \bar{Y} = \sum_L \lambda_{YL} \cdot \frac{\partial \bar{L}}{\partial t} \quad \text{или} \quad \text{rot } \bar{Y} = \frac{\partial \bar{\Phi}_Y}{\partial t}, \quad \text{где} \quad \bar{\Phi}_Y = \sum_L \lambda_{YL} \cdot \bar{L}.$$

$$\text{rot } \bar{\Phi}_Y = \sum_L \lambda_{YL} \cdot \text{rot } \bar{L} = \sum_L \lambda_{YL} \cdot \sum_N \lambda_{LN} \cdot \frac{\partial \bar{N}}{\partial t} = -\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \bar{Y}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \bar{\Phi}_Y = -\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \bar{Y}}{\partial t}.$$

Проведем рассуждения

$$\text{rot } \bar{Y} = \frac{\partial \bar{\Phi}_Y}{\partial t} \quad \text{умножим слева обе части уравнения на } \bar{\Phi}_Y$$

$$\text{rot } \bar{\Phi}_Y = -\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \bar{Y}}{\partial t} \quad \text{умножим слева обе части уравнения на } \bar{Y}.$$

Вычтем из первого уравнения второе:

$$\bar{\Phi}_Y \cdot \text{rot } \bar{Y} - \bar{Y} \cdot \text{rot } \bar{\Phi}_Y = \bar{\Phi}_Y \cdot \frac{\partial \bar{\Phi}_Y}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \cdot \bar{Y} \cdot \frac{\partial \bar{Y}}{\partial t}.$$

Получим:
$$\operatorname{div} \left[\bar{Y} \times \bar{\Phi}_Y \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Phi_Y^2 + \frac{1}{c^2} \cdot Y^2}{2} \right) \Rightarrow \operatorname{div} \left[\bar{Y} \times \left(-\bar{\Phi}_Y \right) \right] + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Phi_Y^2 + \frac{1}{c^2} \cdot Y^2}{2} \right) = 0 .$$

Для получения нужной размерности, умножив на $\frac{c^2}{v_{YY}}$, получим

$$\operatorname{div} \left[\bar{Y} \times \frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \left(-\bar{\Phi}_Y \right) \right] + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \Phi_Y^2 + \frac{1}{v_{YY}} \cdot Y^2}{2} \right) = 0$$

Обозначим: $\bar{S}_Y = \left[\bar{Y} \times \frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \left(-\bar{\Phi}_Y \right) \right]$ – вектор Пойтинга поля $\bar{Y}$

$\omega_Y = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \Phi_Y^2 + \frac{1}{v_{YY}} \cdot Y^2 \right)$ – плотность энергии поля $\bar{Y}$.

Тогда $\bar{S}_Y + \frac{\partial \omega_Y}{\partial t} = 0$ – закон сохранения энергии поля $\bar{Y}$.

Закон сохранения энергии поля будет представлять собой совокупность n уравнений:

$$\operatorname{div} \bar{S}_Y + \frac{\partial \omega_Y}{\partial t} = 0 , \quad \text{где:}$$

$$\bar{S}_Y = \bar{Y} \times \frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \left(-\bar{\Phi}_Y \right) \quad \text{вектор Пойтинга поля } \bar{Y}$$

$$\omega_Y = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \Phi_Y^2 + \frac{1}{v_{YY}} \cdot Y^2 \right) \quad \text{плотность энергии поля } \bar{Y}.$$

В качестве примера найдем энергию поля, создаваемого сферой радиуса a

с набором зарядов $\{q_Y\} = \begin{pmatrix} q_{X_1} \\ \dots \\ q_{X_n} \end{pmatrix}$.

Напряженность поля вне шара :

$$\bar{Y} = \sum_L \frac{v_{YL} \cdot q_L}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\bar{r}}{r^3} , \quad \bar{\Phi}_Y = \sum_N \lambda_{YN} \cdot \bar{N} .$$

$$\bar{Y} \cdot \bar{Y} = \sum_L \frac{v_{YL} \cdot q_L}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\bar{r}}{r^3} \cdot \sum_N \frac{v_{YN} \cdot q_N}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\bar{r}}{r^3} = \sum_N \sum_L \frac{v_{YN} \cdot v_{YL} \cdot q_N \cdot q_L}{16 \cdot \pi^2 \cdot r^4}$$

$$\bar{\Phi}_Y \cdot \bar{\Phi}_Y = \sum_N \lambda_{YN} \cdot \bar{N} \cdot \sum_L \lambda_{YL} \cdot \bar{L} = \sum_N \sum_L \lambda_{YN} \cdot \lambda_{YL} \cdot \bar{N} \cdot \bar{L} =$$

$$= \sum_N \sum_L \lambda_{YN} \cdot \lambda_{YL} \cdot \sum_K \frac{v_{NK} \cdot q_K}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\bar{r}}{r^3} \cdot \sum_M \frac{v_{LM} \cdot q_M}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\bar{r}}{r^3} =$$

$$= \frac{1}{16 \cdot \pi^2 \cdot r^4} \cdot \sum_N \sum_L \sum_K \sum_M \lambda_{YN} \cdot \lambda_{YL} \cdot v_{NK} \cdot v_{LM} \cdot q_K \cdot q_M =$$

$$= \frac{1}{16 \cdot \pi^2 \cdot r^4} \cdot \sum_K \sum_M \sum_N (\lambda_{YN} \cdot v_{NK}) \cdot \left(\sum_L \lambda_{YL} \cdot v_{LM} \right) \cdot q_K \cdot q_M =$$

$$= \frac{1}{16 \cdot \pi^2 \cdot r^4} \cdot \sum_K \sum_M \mu_{YK} \cdot \mu_{YM} \cdot q_K \cdot q_M .$$

$$\omega_Y = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \overline{\Phi}_Y \cdot \overline{\Phi}_Y + \frac{1}{v_{YY}} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Y} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \frac{1}{16 \cdot \pi^2 \cdot r^4} \cdot \sum_N \sum_L \mu_{YN} \cdot \mu_{YL} \cdot q_N \cdot q_L + \right. \\ \left. + \frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \sum_N \sum_L \frac{v_{YN} \cdot v_{YL} \cdot q_N \cdot q_L}{16 \cdot \pi^2 \cdot r^4} \right) = \frac{1}{32 \cdot \pi^2 \cdot r^4} \cdot \sum_N \sum_L \left(\frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \mu_{YN} \cdot \mu_{YL} + \frac{1}{v_{YY}} \cdot v_{YN} \cdot v_{YL} \right) \cdot q_N \cdot q_L$$

$$W_Y = \int_{V_0}^{\infty} \omega_Y \cdot dV = \int_a^{\infty} \omega_Y \cdot 4\pi \cdot r^2 dr = \\ = \int_a^{\infty} \frac{4\pi \cdot r^2}{32 \cdot \pi^2 \cdot r^4} \cdot \sum_N \sum_L \left(\frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \mu_{YL} \cdot \mu_{YN} + \frac{1}{v_{YY}} \cdot v_{YL} \cdot v_{YN} \right) \cdot q_N \cdot q_L \cdot dr = \\ = \frac{1}{8 \cdot \pi} \cdot \sum_L \sum_N \left(\frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \mu_{YL} \cdot \mu_{YN} + \frac{1}{v_{YY}} \cdot v_{YL} \cdot v_{YN} \right) \cdot q_N \cdot q_L \int_a^{\infty} \frac{1}{r^2} \cdot dr = \\ = \frac{1}{8 \cdot \pi \cdot a} \cdot \sum_L \sum_N \left(\frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \mu_{YL} \cdot \mu_{YN} + \frac{1}{v_{YY}} \cdot v_{YL} \cdot v_{YN} \right) \cdot q_N \cdot q_L \cdot \\ W = \sum_Y W_Y = \frac{1}{8 \cdot \pi \cdot a} \cdot \sum_Y \left(\sum_L \sum_N \left(\frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \mu_{YL} \cdot \mu_{YN} + \frac{1}{v_{YY}} \cdot v_{YL} \cdot v_{YN} \right) \cdot q_L \cdot q_N \right)$$

Энергия шара радиуса a :

$$W = \frac{1}{8 \cdot \pi \cdot a} \cdot \sum_Y \left(\sum_L \sum_N \left(\frac{c^2}{v_{YY}} \cdot \mu_{YL} \cdot \mu_{YN} + \frac{1}{v_{YY}} \cdot v_{YL} \cdot v_{YN} \right) \cdot q_L \cdot q_N \right) \cdot$$

§ 6 Единая теория гравитации и электричества

Объединяя идеи Дирака, Хевисайда, Бриджмена, Карстуа применим рассмотренную теорию для построения единой теории поля гравитации и электричества.

$$\overline{E} - \text{напряженность электрического поля } [E] = \frac{[m] \cdot [a]}{[q_E]} = \frac{\kappa_2 \cdot m}{\kappa \cdot c^2}$$

$$\overline{B} - \text{напряженность поля, которое назовем "электрическим вихрем"} [B] = \frac{[m] \cdot [a]}{[q_B]} = \frac{\kappa_2 \cdot m}{[q_B] \cdot c^2}$$

$$\overline{F} - \text{напряженность гравитационного поля } [F] = \frac{[m] \cdot [a]}{[q_F]} = \frac{m}{c^2}$$

$$\overline{\Omega} - \text{напряженность поля, которое назовем "гравитационным вихрем"} [\Omega] = \frac{[m] \cdot [a]}{[q_{\Omega}]} = \frac{\kappa_2 \cdot m}{[q_{\Omega}] \cdot c^2}$$

$\rho_E, \rho_B, \rho_F, \rho_{\Omega}$ – плотности зарядов соответствующих полей

$\vec{j}_E, \vec{j}_B, \vec{j}_F, \vec{j}_{\Omega}$ – плотности токов зарядов соответствующих полей

Названия “электрический вихрь” и “гравитационный вихрь” введены по аналогии с теорией Карстуа, которая описывает гравитационное поле уравнениями, совпадающими с уравнениями Максвелла для электрического поля.

В соответствующих теориях с двумя видами зарядов “электрический вихрь” совпадает с магнитным полем, а “гравитационный вихрь” есть магнитное поле для гравитации.

Каждому полю $\overline{E}$, $\overline{B}$, $\overline{F}$, $\overline{\Omega}$ соответствует свое магнитное поле

$-\bar{\Phi}_E$, $-\bar{\Phi}_B$, $-\bar{\Phi}_F$, $-\bar{\Phi}_\Omega$. При этом магнетизм понимается, как релятивистский эффект.

$$\operatorname{div} \begin{pmatrix} \bar{E} \\ \bar{B} \\ \bar{F} \\ \bar{\Omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{EE} & v_{EB} & v_{EF} & v_{E\Omega} \\ v_{BE} & v_{BB} & v_{BF} & v_{B\Omega} \\ v_{FE} & v_{FB} & v_{FF} & v_{F\Omega} \\ v_{\Omega E} & v_{\Omega B} & v_{\Omega F} & v_{\Omega\Omega} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \rho_E \\ \rho_B \\ \rho_F \\ \rho_\Omega \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{rot} \begin{pmatrix} \bar{E} \\ \bar{B} \\ \bar{F} \\ \bar{\Omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{EE} & \mu_{EB} & \mu_{EF} & \mu_{E\Omega} \\ \mu_{BE} & \mu_{BB} & \mu_{BF} & \mu_{B\Omega} \\ \mu_{FE} & \mu_{FB} & \mu_{FF} & \mu_{F\Omega} \\ \mu_{\Omega E} & \mu_{\Omega B} & \mu_{\Omega F} & \mu_{\Omega\Omega} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{j}_E \\ \bar{j}_B \\ \bar{j}_F \\ \bar{j}_\Omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_{EE} & \lambda_{EB} & \lambda_{EF} & \lambda_{E\Omega} \\ \lambda_{BE} & \lambda_{BB} & \lambda_{BF} & \lambda_{B\Omega} \\ \lambda_{FE} & \lambda_{FB} & \lambda_{FF} & \lambda_{F\Omega} \\ \lambda_{\Omega E} & \lambda_{\Omega B} & \lambda_{\Omega F} & \lambda_{\Omega\Omega} \end{pmatrix} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \bar{E} \\ \bar{B} \\ \bar{F} \\ \bar{\Omega} \end{pmatrix} .$$

Так как на сегодняшний день почти все элементы матриц (v) , (μ) , (λ) неизвестны, то говорить можно только лишь о качественных предсказаниях теории.

Напряженности полей $\bar{E}$, $\bar{B}$, $\bar{F}$, $\bar{\Omega}$ выражаются через 4 вектор-потенциал в виде

$$\bar{Y} = \sum_L \lambda_{YL} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} \bar{A}_L + \operatorname{grad} \phi_L \right) + \operatorname{rot} \bar{A}_Y .$$

Вращающийся с угловой скоростью ω шар(планета) с массой M и радиусом R , будет порождать электрические и магнитные поля , эквивалентные полям соответствующих полосовых магнитов , оси которых проходят через ось шара(планеты). Вычисления дают:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot v_{EF} \cdot M \cdot \frac{\bar{r}}{r^3} + \frac{\mu_{EF} \cdot M \cdot R^2}{20 \cdot \pi} \cdot \operatorname{rot} \frac{(\omega \times \bar{r})}{r^3} . \\ -\bar{\Phi}_E &= \frac{-1}{4 \cdot \pi} \cdot \mu_{EF} \cdot M \cdot \frac{\bar{r}}{r^3} + \frac{v_{EF} \cdot M \cdot R^2}{20 \cdot \pi \cdot c^2} \cdot \operatorname{rot} \frac{(\omega \times \bar{r})}{r^3} . \end{aligned}$$

На северном географическом полюсе:

$$\begin{aligned} E &= \left| \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot v_{EF} \cdot M \cdot \frac{1}{R^2} + \frac{\mu_{EF} \cdot M}{10 \cdot \pi} \cdot \frac{\omega}{R} \right| , \\ |-\bar{\Phi}_E| &= \left| \frac{-1}{4 \cdot \pi} \cdot \mu_{EF} \cdot M \cdot \frac{1}{R^2} + \frac{v_{EF} \cdot M}{10 \cdot \pi \cdot c^2} \cdot \frac{\omega}{R} \right| . \end{aligned}$$

На южном географическом полюсе:

$$\begin{aligned} E &= \left| \frac{-1}{4 \cdot \pi} \cdot v_{EF} \cdot M \cdot \frac{1}{R^2} + \frac{\mu_{EF} \cdot M}{10 \cdot \pi} \cdot \frac{\omega}{R} \right| , \\ |-\bar{\Phi}_E| &= \left| \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \mu_{EF} \cdot M \cdot \frac{1}{R^2} + \frac{v_{EF} \cdot M}{10 \cdot \pi \cdot c^2} \cdot \frac{\omega}{R} \right| . \end{aligned}$$

Видно, что на географических полюсах планеты $|\bar{E}|$ и $|-\bar{\Phi}_E|$ имеют разные значения.

Напомним, что $-\bar{\Phi}_E$ - электрическое магнитное поле, которое традиционно называют магнитным полем.

Рассмотрим равенство $(\lambda) \cdot (\lambda) = -\frac{1}{c^2} \cdot (I)$,

$$\begin{pmatrix} \lambda_{EE} & \lambda_{EB} & \lambda_{EF} & \lambda_{E\Omega} \\ \lambda_{BE} & \lambda_{BB} & \lambda_{BF} & \lambda_{B\Omega} \\ \lambda_{FE} & \lambda_{FB} & \lambda_{FF} & \lambda_{F\Omega} \\ \lambda_{\Omega E} & \lambda_{\Omega B} & \lambda_{\Omega F} & \lambda_{\Omega\Omega} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_{EE} & \lambda_{EB} & \lambda_{EF} & \lambda_{E\Omega} \\ \lambda_{BE} & \lambda_{BB} & \lambda_{BF} & \lambda_{B\Omega} \\ \lambda_{FE} & \lambda_{FB} & \lambda_{FF} & \lambda_{F\Omega} \\ \lambda_{\Omega E} & \lambda_{\Omega B} & \lambda_{\Omega F} & \lambda_{\Omega\Omega} \end{pmatrix} = -\frac{1}{c^2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \lambda_{EE} \cdot \lambda_{EE} + \lambda_{EB} \cdot \lambda_{BE} + \lambda_{EF} \cdot \lambda_{FE} + \lambda_{E\Omega} \cdot \lambda_{\Omega E} &= -1/c^2 \\ \lambda_{BE} \cdot \lambda_{EB} + \lambda_{BB} \cdot \lambda_{BB} + \lambda_{BF} \cdot \lambda_{FB} + \lambda_{B\Omega} \cdot \lambda_{\Omega B} &= -1/c^2 \\ \lambda_{FE} \cdot \lambda_{EF} + \lambda_{FB} \cdot \lambda_{BF} + \lambda_{FF} \cdot \lambda_{FF} + \lambda_{F\Omega} \cdot \lambda_{\Omega F} &= -1/c^2 \\ \lambda_{\Omega E} \cdot \lambda_{E\Omega} + \lambda_{\Omega B} \cdot \lambda_{B\Omega} + \lambda_{\Omega F} \cdot \lambda_{F\Omega} + \lambda_{\Omega\Omega} \cdot \lambda_{\Omega\Omega} &= -1/c^2 \\ \lambda_{EE} \cdot \lambda_{EB} + \lambda_{EB} \cdot \lambda_{BB} + \lambda_{EF} \cdot \lambda_{FB} + \lambda_{E\Omega} \cdot \lambda_{\Omega B} &= 0 \\ \lambda_{EE} \cdot \lambda_{EF} + \lambda_{EB} \cdot \lambda_{BF} + \lambda_{EF} \cdot \lambda_{FF} + \lambda_{E\Omega} \cdot \lambda_{\Omega F} &= 0 \\ \lambda_{EE} \cdot \lambda_{E\Omega} + \lambda_{EB} \cdot \lambda_{B\Omega} + \lambda_{EF} \cdot \lambda_{F\Omega} + \lambda_{E\Omega} \cdot \lambda_{\Omega\Omega} &= 0 \\ \lambda_{BE} \cdot \lambda_{EE} + \lambda_{BB} \cdot \lambda_{BE} + \lambda_{BF} \cdot \lambda_{FE} + \lambda_{B\Omega} \cdot \lambda_{\Omega E} &= 0 \\ \lambda_{BE} \cdot \lambda_{EF} + \lambda_{BB} \cdot \lambda_{BF} + \lambda_{BF} \cdot \lambda_{FF} + \lambda_{B\Omega} \cdot \lambda_{\Omega F} &= 0 \\ \lambda_{BE} \cdot \lambda_{E\Omega} + \lambda_{BB} \cdot \lambda_{B\Omega} + \lambda_{BF} \cdot \lambda_{F\Omega} + \lambda_{B\Omega} \cdot \lambda_{\Omega\Omega} &= 0 \\ \lambda_{FE} \cdot \lambda_{EE} + \lambda_{FB} \cdot \lambda_{BE} + \lambda_{FF} \cdot \lambda_{FE} + \lambda_{F\Omega} \cdot \lambda_{\Omega E} &= 0 \\ \lambda_{FE} \cdot \lambda_{EB} + \lambda_{FB} \cdot \lambda_{BB} + \lambda_{FF} \cdot \lambda_{FB} + \lambda_{F\Omega} \cdot \lambda_{\Omega B} &= 0 \\ \lambda_{FE} \cdot \lambda_{E\Omega} + \lambda_{FB} \cdot \lambda_{B\Omega} + \lambda_{FF} \cdot \lambda_{F\Omega} + \lambda_{F\Omega} \cdot \lambda_{\Omega\Omega} &= 0 \\ \lambda_{\Omega E} \cdot \lambda_{EE} + \lambda_{\Omega B} \cdot \lambda_{BE} + \lambda_{\Omega F} \cdot \lambda_{FE} + \lambda_{\Omega\Omega} \cdot \lambda_{\Omega E} &= 0 \\ \lambda_{\Omega E} \cdot \lambda_{EB} + \lambda_{\Omega B} \cdot \lambda_{BB} + \lambda_{\Omega F} \cdot \lambda_{FB} + \lambda_{\Omega\Omega} \cdot \lambda_{\Omega B} &= 0 \\ \lambda_{\Omega E} \cdot \lambda_{EF} + \lambda_{\Omega B} \cdot \lambda_{BF} + \lambda_{\Omega F} \cdot \lambda_{FF} + \lambda_{\Omega\Omega} \cdot \lambda_{\Omega F} &= 0. \end{aligned}$$

В электродинамике Максвелла равенство $(\lambda) \cdot (\lambda) = -\frac{1}{c^2} \cdot (I)$

будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{EE} & \lambda_{EB} \\ \lambda_{BE} & \lambda_{BB} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_{EE} & \lambda_{EB} \\ \lambda_{BE} & \lambda_{BB} \end{pmatrix} = -\frac{1}{c^2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{EE} \cdot \lambda_{EE} + \lambda_{EB} \cdot \lambda_{BE} &= -1/c^2 \\ \lambda_{BE} \cdot \lambda_{EB} + \lambda_{BB} \cdot \lambda_{BB} &= -1/c^2 \\ \lambda_{EE} \cdot \lambda_{EB} + \lambda_{EB} \cdot \lambda_{BB} &= 0 \\ \lambda_{BE} \cdot \lambda_{EE} + \lambda_{BB} \cdot \lambda_{BE} &= 0 \end{aligned}$$

Так как $\lambda_{EE} = 0$ и $\lambda_{BB} = 0$, то $\lambda_{EB} \cdot \lambda_{BE} = -1/c^2$.

Сравнивая с $\lambda_{EE} \cdot \lambda_{EE} + \lambda_{EB} \cdot \lambda_{BE} + \lambda_{EF} \cdot \lambda_{FE} + \lambda_{E\Omega} \cdot \lambda_{\Omega E} = -1/c^2$,
делаем вывод, что $\lambda_{EB} \cdot \lambda_{BE} \approx -1/c^2$

§ 7 Включение в ЕТВП короткодействующих полей.

При получении уравнений Даламбера в ЕТВП приходим к уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi_Y - \nabla^2 \varphi_Y - \frac{\partial}{\partial t} \left(\text{div} \bar{A}_Y + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \varphi_Y \right) &= c^2 \cdot \sum_L \mu_{YL} \cdot \rho_L \\ \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{A}_Y - \nabla^2 \bar{A}_Y + \text{grad} \left(\text{div} \bar{A}_Y + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \varphi_Y \right) &= \sum_L \mu_{YL} \cdot \vec{j}_L. \end{aligned}$$

Далее воспользуемся идеей Юкавы его теории поля ядерных сил.

Положим

$$\begin{aligned} \operatorname{grad} \left(\operatorname{div} \bar{A}_Y + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \varphi_Y \right) &= k_Y^2 \cdot \bar{A}_Y \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\operatorname{div} \bar{A}_Y + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \varphi_Y \right) &= -k_Y^2 \cdot \varphi_Y, \end{aligned}$$

где $k_Y = \frac{m_Y \cdot c}{\hbar}$ обратная комптоновская длина волны полевого кванта.

Эти условия назовем условиями или калибровкой Юкавы.

Если $k_Y = 0$, то $\operatorname{div} \bar{A}_Y + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \varphi_Y = \operatorname{const} = 0$ есть условие Лоренца.

Если $k_X \neq 0$, то $\operatorname{div} \bar{A}_X + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \varphi_X = h_X(\vec{t}, \vec{r})$ и из условий Юкавы вытекает, что

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{A}_X + \operatorname{grad} \varphi_X = 0 \quad \text{и в напряженность поля} \quad \bar{Y} = \sum_L \lambda_{YL} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} \bar{A}_L + \operatorname{grad} \varphi_L \right) + \operatorname{rot} \bar{A}_Y$$

не входит величина $\lambda_{YX} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} \bar{A}_X + \operatorname{grad} \varphi_X \right)$.

Таким образом, уравнения Даламбера в ЕТВП:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi_Y - \nabla^2 \varphi_Y + k_Y^2 \cdot \varphi_Y &= c^2 \cdot \sum_L \mu_{YL} \cdot \rho_L \\ \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{A}_Y - \nabla^2 \bar{A}_Y + k_Y^2 \cdot \bar{A}_Y &= \sum_L \mu_{YL} \cdot \vec{j}_L. \end{aligned}$$

Решения этих уравнений:

$$\bar{A}(\vec{r}, t) = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \int \frac{\sum_L \mu_{YL} \cdot \vec{j}_L \left(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c} \right)}{|\vec{r} - \vec{r}'| \cdot \exp(k_Y \cdot |\vec{r} - \vec{r}'|)} \cdot dV'$$

$$\varphi(\vec{r}, t) = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \int \frac{c^2 \cdot \sum_L \mu_{YL} \cdot \rho_L \left(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c} \right)}{|\vec{r} - \vec{r}'| \cdot \exp(k_Y \cdot |\vec{r} - \vec{r}'|)} \cdot dV'$$

Таким образом, в единой теории векторных полей можно объединить поля короткодействующие ($k_Y \neq 0$) и поля бесконечной дальности ($k_Y = 0$).

Исходя из вышесказанного, предполагаем, что можно построить ЕТВП, объединяющую: гравитационное поле $\bar{F}$ ($k_F = 0$), электрическое поле $\bar{E}$ ($k_E = 0$),

поле гравитационного вихря $\bar{\Omega}$ ($k_\Omega = 0$), поле электрического вихря $\bar{B}$ ($k_B = 0$),

поле слабого взаимодействия $\bar{W}$ ($k_W \neq 0$), поле сильного взаимодействия $\bar{V}$ ($k_V \neq 0$).

§ 8 Выводы и прогнозы.

В работе дана схема построения единой теории поля n векторных полей на основе обобщения уравнений Максвелла электромагнитного поля. Роль магнитного поля в такой теории играет линейная комбинация этих полей. Такая трактовка магнитного поля требует уточнить воззрения Дирака. У магнитного электрического поля не может быть каких то особых магнитных зарядов. Но заряды могут быть у поля, которое

вносит существенный вклад в магнитное электрическое поле. Введена функция Лагранжа, из которой выводится выражение для силы Лоренца. Написано выражение для действия, из которого получены уравнения поля. Независимо от результатов экспериментальной проверки предлагаемой теории, она позволяет по-новому взглянуть на уравнения Максвелла. Измеряя напряженности электрических и магнитных полей на полюсах различных планет и анализируя их разность на северном и южном географических полюсах, можно проверить теорию, определяя коэффициенты

$$V_{EF}, V_{BF}, \mu_{EF}, \mu_{BF}.$$

Разработанный в данной работе подход к объединению полей, может быть применен к объединению не только электрических и гравитационных полей, но и других полей, которые на сегодняшний день может быть еще и неизвестны.

Подробно теория изложена в книге [13] и на сайте автора статьи <http://www.etvp.narod.ru>.

Литература.

- [1] Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц “Теория поля”, М., Наука, 1973
- [2] Л. Бриллюэн “Новый взгляд на теорию относительности”, М., Мир, 1972
- [3] В.И. Стражев, Л.М. Томильчик “Электродинамика с магнитным зарядом”, Минск, Наука и техника, 1975
- [4] Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц “Механика”, М., “Наука”, 1973
- [5] А.Н. Матвеев “Механика и теория относительности”, М., “Высшая школа”, 1976, §31.
- [6] А. Эйнштейн “Об эфире.” – в кн.: А. Эйнштейн собр. науч. трудов. М., “Наука”, 1966, т. 2, с. 154 – 160.
- [7] Фейнман, Лейтон, Сендс “Фейнмановские лекции по физике Задачи и упражнения с ответами и решениями”, М., Мир, 1969, с. 339-440
- [8] В.А. Угаров “Специальная теория относительности”
М., “Наука”, Главная ред. физ.- мат. лит., 1969
- [9] И.В. Савельев “Курс общей физики” том 2
М., “Наука”, Главная ред. физ.- мат. лит., 1978
- [10] В. Паули “Теория относительности” М., “Наука”, Главная ред. физ.- мат. лит., 1983
- [11] В.И. Григорьев “Электромагнетизм космических тел” М., Физматлит, 2004
- [12] С.Г. Федосин “Физика и философия подобия от преонов до метagalactic”
Пермь. 1999
- [13] Ю.В. Наumenко «Единая теория векторных полей», Армавир. 2006г.
- [14] Ю.В. Наumenко "Единая теория векторных полей (от электродинамики Максвелла к единой теории поля)" М. ФГУП "ВНТИЦ" описание и.п. № 72200600020 2006г.
- [15] Г.Фрауэнфельдер, Э.Хенли “Субатомная физика”, М., Мир, 1979

Россия, Краснодарский край, г. Армавир, 2006г.

mail-to: naumenko_ju@mail.ru [http:// www.etvp.narod.ru](http://www.etvp.narod.ru)

Квантование инвариантов тензора момента свободной частицы.

Науменко Ю.В.

Рассматриваются инварианты тензора момента свободной частицы. Обобщено уравнение Клейна-Гордона на случай свободной частицы с любым спином. Показано, что такое уравнение связано с оператором инварианта тензора момента. Исследована связь решений этого уравнения с моделью расширяющейся Вселенной.

§1 Тензор момента.

При движении свободной частицы сохраняется 4-тензор момента:

$$M^{ik} = x^i \cdot p^k - x^k \cdot p^i$$

Пространственные компоненты тензора момента совпадают с компонентами трехмерного вектора момента импульса:

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{p}]$$

$$M_x = M^{23}, \quad M_y = M^{13}, \quad M_z = -M^{12}.$$

Компоненты M^{01}, M^{02}, M^{03} составляют вектор: $\vec{\Lambda} = t \cdot \vec{p} - E \cdot \vec{r}$

Вектор $\vec{M}$ - аксиальный, вектор $\vec{\Lambda}$ - полярный. Тензор M^{ik} имеет два инварианта:

$$I_1 = M_{ik} \cdot M^{ik} = \vec{M}^2 - \vec{\Lambda}^2, \quad I_2 = e^{iklm} \cdot M_{ik} \cdot M_{lm} = (\vec{\Lambda} \cdot \vec{M})$$

e^{iklm} - совершенно антисимметричный тензор 4-го порядка.

Все последующие рассуждения проводятся в системе единиц $c = \hbar = 1$.

В квантовой механике моменту импульса соответствует оператор:

$$\vec{\hat{M}} = [\vec{r} \times \vec{\hat{p}}], \quad \vec{\hat{p}} = -i \cdot \vec{\nabla}.$$

В сферической системе координат $\{r, \nu, \varphi\}$:

$$\vec{\hat{M}}^2 = -i \cdot \vec{\nabla}_{\nu, \varphi}^2.$$

где $\vec{\nabla}_{\nu, \varphi}^2$ - оператор Лапласа для сферы.

Уравнение для определения собственных значений оператора $\vec{\hat{M}}^2$: $\vec{\hat{M}}^2 \psi = \alpha \cdot \psi$

дает собственные функции оператора $\vec{\hat{M}}^2$ - сферические функции Y_{lm} и собственные значения оператора $\vec{\hat{M}}^2$: $\alpha = M^2 = l \cdot (l+1)$, где $l = 0, 1, 2, \dots$.

§2 Операторы инвариантов тензора момента свободной частицы.

Построим оператор полярного момента $\vec{\hat{\Lambda}}$: $\hat{\Lambda}_\alpha = \hat{M}^{0\alpha} = x^0 \cdot \hat{p}^\alpha - x^\alpha \cdot \hat{p}^0$, $\alpha = 1, 2, 3$.

Учитывая, что $\hat{p}^0 = i \cdot \frac{\partial}{\partial t}$, $\hat{p}^\alpha = -i \cdot \frac{\partial}{\partial x^\alpha}$ получим $\hat{\Lambda}_\alpha = -i \cdot \left\{ t \cdot \frac{\partial}{\partial x^\alpha} + x^\alpha \cdot \frac{\partial}{\partial t} \right\}$

$$\hat{\Lambda}^2 = \hat{\Lambda}_1^2 + \hat{\Lambda}_2^2 + \hat{\Lambda}_3^2 = \hat{\Lambda}_x^2 + \hat{\Lambda}_y^2 + \hat{\Lambda}_z^2.$$

Перейдем к псевдосферической 4-системе координат для времениподобных событий $\{s, \theta, \nu, \varphi\}$, связь которой с псевдоевклидовой 4-системой координат дается формулами:

$$t = s \cdot ch \theta, \quad x = s \cdot sh \theta \cdot \sin \nu \cdot \cos \varphi, \quad y = s \cdot sh \theta \cdot \sin \nu \cdot \sin \varphi, \quad z = s \cdot sh \theta \cdot \cos \nu.$$

В результате громоздких преобразований получим:

$$\begin{aligned}\hat{L}_x &= -i \cdot \left(\sin \nu \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} + \operatorname{cth} \theta \cdot \cos \nu \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\partial}{\partial \nu} - \operatorname{cth} \theta \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \nu} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \\ \hat{L}_y &= -i \cdot \left(\sin \nu \cdot \sin \varphi \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} + \operatorname{cth} \theta \cdot \cos \nu \cdot \sin \varphi \cdot \frac{\partial}{\partial \nu} + \operatorname{cth} \theta \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin \nu} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \\ \hat{L}_z &= -i \cdot \left(\cos \nu \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} - \operatorname{cth} \theta \cdot \sin \nu \cdot \frac{\partial}{\partial \nu} \right) \\ \hat{L}^2 &= - \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot \operatorname{cth} \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} + \operatorname{cth}^2 \theta \cdot \bar{\nabla}_{\nu, \varphi}^2 \right)\end{aligned}$$

Построим операторы инвариантов I_1 и I_2 :

$$\begin{aligned}\hat{I}_1 &= \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot \operatorname{cth} \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \theta} \cdot \bar{\nabla}_{\nu, \varphi}^2 \\ \hat{I}_2 &= (\vec{\hat{L}} \cdot \vec{\hat{M}}) + (\vec{\hat{M}} \cdot \vec{\hat{L}}) \\ (\vec{\hat{L}} \cdot \vec{\hat{M}}) &= (\vec{\hat{M}} \cdot \vec{\hat{L}}) = 0 \quad . \quad \text{Таким образом, } \hat{I}_2 = 0 \quad .\end{aligned}$$

Оператор скалярного произведения векторов $\vec{\hat{M}}$ и $\vec{\hat{L}}$ равен нулю. Значит и собственные значения этого оператора равны нулю. Это согласуется с тем, что векторы $\vec{\hat{M}}$ и $\vec{\hat{L}}$ ортогональны. Уравнения для определения собственных значений оператора $\hat{L}^2$:

$$\begin{aligned}\hat{L}^2 \psi &= \lambda \cdot \psi \\ \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \psi + 2 \cdot \operatorname{cth} \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \psi + \operatorname{cth}^2 \theta \cdot \bar{\nabla}_{\nu, \varphi}^2 \psi + \lambda \cdot \psi &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

можно решить методом разделения переменных:

$$\begin{aligned}\psi(\theta, \nu, \varphi) &= \Theta(\theta) \cdot Y(\nu, \varphi) \\ \bar{\nabla}_{\nu, \varphi}^2 Y(\nu, \varphi) &= -\alpha \cdot Y(\nu, \varphi) \quad , \quad \alpha = l \cdot (l+1) \\ \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \Theta(\theta) + 2 \cdot \operatorname{cth} \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \Theta(\theta) - \alpha \cdot \operatorname{cth}^2 \theta + \lambda \cdot \Theta(\theta) &= 0\end{aligned}\tag{2}$$

Функции $Y(\nu, \varphi)$ есть сферические функции $Y_{lm}(\nu, \varphi)$.

Для решения уравнения (2) вводится новая переменная:

$$\xi = \begin{cases} \operatorname{ch} \theta & 0 \leq \theta < \infty \\ -\operatorname{ch} \theta & -\infty < \theta < 0 \end{cases}$$

Тогда (2) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \Theta(\xi) + \frac{3 \cdot \xi}{\xi^2 - 1} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \Theta(\xi) - \frac{\alpha \cdot \xi^2}{(\xi^2 - 1)^2} \cdot \Theta(\xi) + \frac{\lambda}{\xi^2 - 1} \cdot \Theta(\xi) = 0\tag{3}$$

Решение (3) есть:

$$\Theta(\xi) = (\xi^2 - 1)^{l/2} \cdot v \quad ,\tag{4}$$

где v - полином степени k $v = \sum_{\mu=0}^k b_{\mu} \cdot \xi^{\mu}$, коэффициенты

которого вычисляются по рекуррентной формуле:

$$b_{\mu+2} = \frac{\mu^2 + 2 \cdot \mu + 2 \cdot \mu \cdot l + l + \lambda}{(\mu + 2) \cdot (\mu + 1)} \cdot b_{\mu}$$

Введем для полинома (4) специальное обозначение $P(\xi)$.

Решение уравнения (1) для собственных функций оператора $\vec{\Lambda}^2$ есть:

$$\psi(\theta, \nu, \varphi) = P \begin{pmatrix} ch\theta & 0 \leq \theta < \infty \\ -ch\theta & -\infty < \theta < 0 \end{pmatrix} \cdot Y_{lm}(\nu, \varphi),$$

а собственные значения оператора $\vec{\Lambda}^2$ таковы $\lambda = -(k^2 + 2k + 2kl + l)$; $k, l = 0, 1, 2, \dots$

Таким образом, модуль вектора $\vec{\Lambda}$ есть чисто мнимая величина.

Уравнение для определения собственных значений оператора $\vec{F}_1$:

$$\begin{aligned} \hat{I}_1 \psi &= I_1 \cdot \psi \\ \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \psi + 2 \cdot cth\theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \psi + \frac{1}{sh^2 \theta} \cdot \vec{\nabla}_{\nu, \varphi}^2 \psi - I_1 \cdot \psi &= 0 \end{aligned}$$

Решение этого уравнения есть функция:

$$Y_{plm}(\theta, \nu, \varphi) = R_p^l \begin{pmatrix} ch\theta & 0 \leq \theta < \infty \\ -ch\theta & -\infty < \theta < 0 \end{pmatrix} \cdot Y_{lm}(\nu, \varphi).$$

Полином R_p^l определяется, как $R_p^l(\xi) = (\xi^2 - 1)^{l/2} \cdot \frac{d^l}{d\xi^l} R_p(\xi)$.

Коэффициенты b_{μ} полинома $R_p(\xi)$ определяются по рекуррентной формуле:

$$b_{\mu+2} = \frac{\mu \cdot (\mu + 2) - p \cdot (p + 2)}{(\mu + 1) \cdot (\mu + 2)} \cdot b_{\mu},$$

Собственные значения оператора $\vec{F}_1$ есть $I_1 = (k + l) \cdot (k + l + 2) = p \cdot (p + 2)$,

где k - степень полинома. Квантовые числа p, l, m могут принимать следующие значения: $p = 0, 1, 2, \dots$; $l = 0, 1, 2, \dots, p$; $|m| = 0, 1, 2, \dots, l$.

Нетрудно убедиться, что собственные значения операторов $\vec{M}^2, \vec{\Lambda}^2, \vec{F}_1$ удовлетворяют соотношению: $M^2 - \Lambda^2 = I_1$.

Операторы $\vec{\Lambda}^2$ и $\vec{F}_1$ можно записать, учитывая что $\vec{\nabla}_{\nu, \varphi}^2 = -\vec{M}^2$, следующим образом:

$$\vec{\Lambda}^2 = - \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot cth\theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} - cth^2 \theta \cdot \vec{M}^2 \right) \quad (5)$$

$$\vec{F}_1 = \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot cth\theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{sh^2 \theta} \cdot \vec{M}^2. \quad (6)$$

Для того, чтобы учесть спин микрочастицы, в (5) и в (6) вместо оператора $\vec{M}^2$

подставим оператор полного момента импульса: $\vec{J} = \vec{M} + \vec{S}$ где $\vec{S}$ - оператор спина.

$$\vec{\Lambda}^2 = - \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot cth\theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} - cth^2 \theta \cdot \vec{J}^2 \right)$$

$$\vec{F}_1 = \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot cth\theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{sh^2 \theta} \cdot \vec{J}^2$$

Для операторов $\vec{J}^2$, $\vec{K}^2$, $\vec{P}_1$ будем иметь:

$$\vec{J}^2 \psi = j \cdot (j+1) \cdot \psi, \quad j = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots \quad (7)$$

$$\vec{K}^2 \psi = -(k^2 + 2 \cdot k + 2 \cdot k \cdot j + j) \cdot \psi, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

$$\vec{P}_1 \psi = (k + j) \cdot (k + j + 2) \cdot \psi. \quad (9)$$

Волновая функция в (7) – (9) $(2 \cdot \sigma + 1)$ – компонентна, где σ – спин.

Для $\vec{J}^2$, $\vec{K}^2$, $\vec{P}_1$ также справедливо соотношение: $J^2 - K^2 = I_1$.

§3 Обобщение уравнения Клейна-Гордона.

Оператор д’Аламбера $\square = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$ в псевдосферической 4-системе координат для времениподобных событий запишем так:

$$\square = \frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{3}{s} \cdot \frac{\partial}{\partial s} - \frac{1}{s^2} \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot \text{cth} \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\text{sh}^2 \theta} \cdot \vec{\nabla}_{\nu, \varphi}^2 \right) \quad \text{или}$$

$$\square = \frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{3}{s} \cdot \frac{\partial}{\partial s} - \frac{1}{s^2} \cdot (\vec{M}^2 - \vec{K}^2).$$

Учитывая спин, получим: $\square = \frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{3}{s} \cdot \frac{\partial}{\partial s} - \frac{1}{s^2} \cdot (\vec{J}^2 - \vec{K}^2).$

Уравнение Клейна-Гордона для свободной безспиновой частицы:

$$\square \psi + m_0^2 \cdot \psi = 0$$

в псевдосферической 4-системе координат:

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2} \psi + \frac{3}{s} \cdot \frac{\partial}{\partial s} \psi - \frac{1}{s^2} \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot \text{cth} \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\text{sh}^2 \theta} \cdot \vec{\nabla}_{\nu, \varphi}^2 \right) \psi + m_0^2 \cdot \psi = 0.$$

Обобщим это уравнение для свободной частицы со спином σ :

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2} \psi + \frac{3}{s} \cdot \frac{\partial}{\partial s} \psi - \frac{1}{s^2} \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot \text{cth} \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{\text{sh}^2 \theta} \cdot \vec{J}^2 \right) \psi + m_0^2 \cdot \psi = 0 \quad (10)$$

Здесь функция ψ – $(2 \cdot \sigma + 1)$ – компонентна.

Уравнение (10) решается методом разделения переменных:

$$\psi(s, \theta, \nu, \varphi) = S(s) \cdot \Theta(\theta) \cdot Y(\nu, \varphi),$$

где функция $Y(\nu, \varphi)$ – $(2 \cdot \sigma + 1)$ – компонентна.

$$\vec{J}^2 Y = \alpha \cdot Y, \quad \alpha = j \cdot (j+1),$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \Theta + 2 \cdot \text{cth} \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \Theta - \frac{j \cdot (j+1)}{\text{sh}^2 \theta} \cdot \Theta = \lambda \cdot \Theta, \quad \lambda = p \cdot (p+2)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2} S + \frac{3}{s} \cdot \frac{\partial}{\partial s} S - \frac{p \cdot (p+2)}{s^2} \cdot S + m_0^2 \cdot S = 0.$$

Заменой переменной $x = m_0 \cdot s$ последнее уравнение запишется в виде.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} S + \frac{3}{x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} S + \left(1 - \frac{p \cdot (p+2)}{x^2} \right) \cdot S = 0. \quad (11)$$

Это уравнение гипергеометрического типа. Оно является частным случаем более общего уравнения:

$$u''(z) + \frac{1+m}{z} \cdot u'(z) + \left(1 - \frac{p(p+m)}{z^2}\right) \cdot u(z) = 0$$

Решение этого уравнения при вещественных z имеют вид:

$$J_p^m(z) = \frac{a_p}{2^{2p+m}} \cdot z^p \cdot \int_{-1}^{+1} (1-t^2)^{p+(m/2)-1/2} \cdot \cos(z \cdot t) \cdot dt = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot \left(\frac{z}{2}\right)^{2k+p}}{k! \cdot \Gamma(p+m/2+k+1)}$$

$$H_{mp}^{(1)}(z) = \frac{a_p}{2^{2p+m/2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{z^{m+1}}} \cdot \exp(i \cdot (z - \pi \cdot (2p+m+1)/4)) \cdot \int_0^{\infty} \exp(-t) \cdot t^{p+(m-1)/2} \cdot (1+i \cdot t/2z)^{p+(m-1)/2} dt$$

$$H_{mp}^{(2)}(z) = \frac{a_p}{2^{2p+m/2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{z^{m+1}}} \cdot \exp(-i \cdot (z - \pi \cdot (2p+m+1)/4)) \cdot \int_0^{\infty} \exp(-t) \cdot t^{p+(m-1)/2} \cdot (1-i \cdot t/2z)^{p+(m-1)/2} dt$$

При $m=0$ получим уравнение Бесселя.

При $m=2$ получим решения уравнения (11):

$$J_p^2(x) = \frac{a_p}{2^{2p+2}} \cdot x^p \cdot \int_{-1}^{+1} (1-t^2)^{p+1/2} \cdot \cos(x \cdot t) \cdot dt \quad (12)$$

$$H_{2,p}^{(1)}(x) = \frac{a_p}{2^{2p+1}} \cdot \sqrt{\frac{2}{x^3}} \cdot \exp(i \cdot (x - \pi \cdot (2p+3)/4)) \cdot \int_0^{\infty} \exp(-t) \cdot t^{p+1/2} \cdot (1+i \cdot t/2x)^{p+1/2} dt \quad (13)$$

$$H_{2,p}^{(2)}(x) = \frac{a_p}{2^{2p+1}} \cdot \sqrt{\frac{2}{x^3}} \cdot \exp(-i \cdot (x - \pi \cdot (2p+3)/4)) \cdot \int_0^{\infty} \exp(-t) \cdot t^{p+1/2} \cdot (1-i \cdot t/2x)^{p+1/2} dt \quad (14)$$

Функции $J_p^2(x)$ - аналогичны функциям Бесселя, а функции $H_{2,p}^{(1)}(x)$, $H_{2,p}^{(2)}(x)$ аналогичны функциям Ханкеля.

$$|H_{2,p}^{(1)}(x)| \rightarrow \infty, \quad |H_{2,p}^{(2)}(x)| \rightarrow \infty \quad \text{при } x \rightarrow 0$$

Волновые функции должны удовлетворять требованию конечности.

Поэтому решения (13), (14) не рассматриваются.

Решения (12) запишутся в виде:

$$S(x) = J_p^2(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+p}}{k! \cdot \Gamma(p+k+2)} = \frac{2}{x} \cdot J_{p+1}(x)$$

где Γ - гамма функция, J_{p+1} - функции Бесселя порядка $p+1$. Итак:

$$S(s) = J_p^2(m_0 \cdot s) = \frac{2}{m_0 \cdot s} \cdot J_{p+1}(m_0 \cdot s)$$

$$\Theta(\theta) = R_p^l \begin{pmatrix} ch \theta & 0 \leq \theta < \infty \\ -ch \theta & -\infty < \theta < 0 \end{pmatrix}$$

Решения уравнения (10):

$$\psi(s, \theta, \nu, \varphi) = J_p^2(m_0 \cdot s) \cdot R_p^l \begin{pmatrix} ch \theta & 0 \leq \theta < \infty \\ -ch \theta & -\infty < \theta < 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_1(\nu, \varphi) \\ \dots\dots\dots \\ Y_{2\sigma+1}(\nu, \varphi) \end{pmatrix}$$

Таким образом, движение частиц с полуцелым спином описывается при помощи квантовых чисел:

$$p = 0, \frac{1}{2}, 1, \dots; \quad j = 0, \frac{1}{2}, 1, \dots, p; \quad |m| = 0, \frac{1}{2}, 1, \dots, j.$$

§4 Оператор инвариантов тензора момента свободных тахионов.

Чтобы для свободных тахионов проквантовать величины момента импульса $\overline{M}$, полярного момента $\overline{\Lambda}$, инвариантов $\overline{I}_1$ и $\overline{I}_2$ перейдем к псевдосферической системе координат $\{s, \theta, \nu, \varphi\}$ для пространственно подобных событий:

$$t = s \cdot sh \theta, \quad x = s \cdot ch \theta \cdot \sin \nu \cdot \cos \varphi, \quad y = s \cdot ch \theta \cdot \sin \nu \cdot \sin \varphi, \quad z = s \cdot ch \theta \cdot \cos \nu.$$

Тогда соответствующие операторы примут вид:

$$\vec{M}^2 = -\vec{\nabla}_{\nu, \varphi}^2$$

$$\vec{\Lambda}_x = -i \cdot \left(\sin \nu \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} + th \theta \cdot \cos \nu \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\partial}{\partial \nu} - th \theta \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \nu} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)$$

$$\vec{\Lambda}_y = -i \cdot \left(\sin \nu \cdot \sin \varphi \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} + th \theta \cdot \cos \nu \cdot \sin \varphi \cdot \frac{\partial}{\partial \nu} + th \theta \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin \nu} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)$$

$$\vec{\Lambda}_z = -i \cdot \left(\cos \nu \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} - th \theta \cdot \sin \nu \cdot \frac{\partial}{\partial \nu} \right)$$

$$\vec{\Lambda}^2 = \vec{\Lambda}_x^2 + \vec{\Lambda}_y^2 + \vec{\Lambda}_z^2 = - \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot th \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} + th^2 \theta \cdot \vec{\nabla}_{\nu, \varphi}^2 \right)$$

$$\vec{I}_1 = \vec{M}^2 - \vec{\Lambda}^2 = \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot th \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{ch^2 \theta} \cdot \vec{\nabla}_{\nu, \varphi}^2$$

$$\vec{I}_2 = (\vec{\Lambda} \cdot \vec{M}) + (\vec{M} \cdot \vec{\Lambda}) = 0$$

Уравнение Клейна – Гордона для тахионов:

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2} \psi + \frac{3}{s} \cdot \frac{\partial}{\partial s} \psi - \frac{1}{s^2} \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot th \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{ch^2 \theta} \cdot \vec{\nabla}_{\nu, \varphi}^2 \right) \psi - m_0^2 \cdot \psi = 0 \quad (15)$$

Учитывая, что $\vec{\nabla}_{\nu, \varphi}^2 = -\vec{M}^2$, операторы $\vec{\Lambda}^2$, $\vec{I}_1$, $\square$ примут следующий вид:

$$\vec{\Lambda}^2 = \vec{\Lambda}_x^2 + \vec{\Lambda}_y^2 + \vec{\Lambda}_z^2 = - \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot th \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} - th^2 \theta \cdot \vec{M}^2 \right)$$

$$\vec{I}_1 = \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot th \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{ch^2 \theta} \cdot \vec{M}^2$$

$$\square = - \frac{\partial^2}{\partial s^2} - \frac{3}{s} \cdot \frac{\partial}{\partial s} + \frac{1}{s^2} \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2 \cdot th \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{ch^2 \theta} \cdot \vec{M}^2 \right)$$

Из уравнения $\vec{\Lambda}^2 \psi = \lambda \cdot \psi$ находим собственные значения оператора $\vec{\Lambda}^2$:

$$\lambda = \Lambda^2 = l \cdot (l+1) - (k+1) \cdot (k+2)$$

Из уравнения $\vec{I}_1 \psi = I_1 \cdot \psi$ находим собственные значения оператора $\vec{I}_1$:

$$I_1 = k \cdot (k+2)$$

Уравнение Клейна – Гордона для тахионов решается методом разделения переменных:

$$\psi(s, \theta, \nu, \varphi) = S(s) \cdot \Theta(\theta) \cdot Y(\nu, \varphi)$$

$$Y(\nu, \varphi) = Y_{lm}(\nu, \varphi)$$

$$\Theta(\theta) = T_p^l \begin{pmatrix} ch \theta & 0 \leq \theta < \infty \\ -ch \theta & -\infty < \theta < 0 \end{pmatrix}$$

$$S(s) = D_p(m_0 \cdot s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n! \cdot (n+p+1)!} \cdot \left(\frac{m_0 \cdot s}{2} \right)^{2n+p} \quad (16)$$

Коэффициенты полинома T_p^l определяются рекуррентной формулой:

$$b_{\mu+2} = \frac{p \cdot (p+2) - \mu \cdot (\mu+2)}{l \cdot (l+1) - (\mu+2) \cdot (\mu+3)} \cdot b_{\mu}$$

Таким образом движение свободных тахионов характеризуется квантовыми числами:

$$p = 0, 1, \dots; \quad l = 0, 1, \dots, p+1; \quad |m| = 0, 1, \dots, l$$

Мы ограничились рассмотрением случая безспиновых тахионов.

§5 Модель расширяющейся Вселенной.

Согласно этой модели Вселенная возникла из некоторого сингулярного состояния в результате Большого взрыва. Свяжем начало псевдосферической 4-системы координат с моментом Большого взрыва, моментом рождения Вселенной. Тогда любые реальные события, происходящие во Вселенной, будут времениподобными относительно начала координат. В момент Большого Взрыва никаких частиц еще не было. Поэтому на решения уравнения (10) наложим граничное условие:

$$\psi \cdot \psi^* \Big|_{s=0} = 0 \quad \text{или} \quad S(s) \Big|_{s=0} = 0 \quad (17)$$

Условие (17) исключает функцию $J_0^2(m_0 \cdot s)$ из всего множества решений $J_p^2(m_0 \cdot s)$ уравнения (11). Далее рассмотрим случаи открытой и закрытой Вселенной.

1. Если Вселенная закрытая (замкнута), то в некоторый момент расширение сменится сжатием и в конечный момент $s = \Sigma$ Вселенная прекратит свое существование. Никаких частиц уже не будет и второе граничное условие для решений уравнения (10) запишется в виде:

$$\psi \cdot \psi^* \Big|_{s=\Sigma} = 0 \quad \text{или} \quad S(s) \Big|_{s=\Sigma} = 0. \quad (18)$$

То есть интервал, относительно начала отсчета, никакого события не может превосходить Σ . Условие (18) дает спектр масс покоя свободных частиц:

$$m_{pk} = \frac{\mu_{pk}}{\Sigma} \quad k = 1, 2, \dots, \quad (19)$$

где μ_{pk} - корни функции $J_p^2(x)$.

Квантовое число p определяет значение инварианта $I_1 = \overline{M}^2 - \overline{\Lambda}^2$,

который характеризует движение микрочастиц относительно начала отсчета.

Частицы одного сорта могут иметь различные значения I_1 , а следовательно и p .

Формула (19) для движущихся по разному частиц одного сорта предсказывает разные массы покоя. Это противоречие устраняется в том случае, если предположить что в закрытой Вселенной не существует свободных частиц с ненулевой массой покоя.

2. Если Вселенная открытая, то расширение продолжается вечно. В этом случае $\Sigma = \infty$ и второе граничное условие для решений уравнения (10) запишется в виде:

$$\psi \cdot \psi^* \Big|_{s=\infty} = 0 \quad \text{или} \quad S(s) \Big|_{s=\infty} = 0. \quad (20)$$

Условие (20) дает спектр масс покоя свободных частиц в открытой Вселенной:

$$m_{pk} = \frac{\mu_{pk}}{\infty} \quad k = 1, 2, \dots$$

Так как $\mu_{p1} = 0$, то для масс покоя частиц получаем неопределенность $m_0 = 0/\infty$.

В этом случае противоречия с действительностью нет. Массы покоя частиц одного сорта определены однозначно.

Наложим граничные условия на решения уравнения Клейна-Гордона для тахионов (15).

1. Для случая закрытой (замкнутой) Вселенной:

$$\psi \cdot \psi^*|_{s=0} = 0, \quad \psi \cdot \psi^*|_{s=\Sigma} = 0$$

Функция (16) $D_p(x)$ имеют лишь один корень $x = 0$.

Поэтому массы тахионов могут быть только нулевыми. Полученный результат можно интерпретировать, как отсутствие тахионов в закрытой (замкнутой) Вселенной.

2. Для случая открытой Вселенной:

$$\psi \cdot \psi^*|_{s=0} = 0, \quad \psi \cdot \psi^*|_{s=\infty} = 0$$

Для масс тахионов получаем неопределенность $m_0 = \frac{0}{\infty}$.

Таким образом, нами показано, что в закрытой (замкнутой) Вселенной возможны свободные частицы только с нулевой массой покоя. В открытой же Вселенной возможны свободные частицы всех трех типов: брадионы, люксоны, тахионы.

§6 Заключение.

В настоящее время частицы с полуцелым спином $s = [s] + 1/2$ описываются с помощью функций, преобразующихся как произведения спинора Дирака и тензора ранга $[s]$. Компоненты волновой функции частицы со спином $1/2$ описываются уравнением Дирака – системой уравнений первого порядка. Безспиновая частица описывается уравнением Клейна-Гордона – уравнением второго порядка. Уравнение (10) устраняет эту асимметрию, описывая уравнениями второго порядка частицы с любым спином. Достоинством этого уравнения является то, что в него явным образом входит оператор спина.

Литература.

- [1] Ландау Л.Л. и Лифшиц Е.М. “Теория поля” М., Наука, 1973.
- [2] Никифоров Л.Ф., Уваров В.Б. “Основы специальных функций” М., Наука, 1974.
- [3] Блохинцев Д.И. “Основы квантовой механики” М., Наука, 1976.
- [4] Матвеев А.Н. “Механика и теория относительности”, М., Высшая школа, 1976г.
- [5] Янке У., Эмде Ф., Леш Ф. “Специальные функции. Формулы, графики, таблицы.” перев. с нем. М., Наука, 1976.

Россия, Краснодарский край, г. Армавир, 1986г.

mail-to: naumenko_ju@mail.ru <http://www.etvp.narod.ru>.

Проект единой теории поля на основе обобщения ОТО.

Науменко Ю.В.

§ 1 Введение.

А. Эйнштейн был неудовлетворен своими уравнениями гравитационного поля:

$$R^{ik} - \frac{1}{2} \cdot g^{ik} \cdot R = \frac{8\pi k}{c^4} \cdot T^{ik}, \quad (1)$$

в отличии от уравнений гравитационного поля для пустого пространства:

$$R^{ik} = 0,$$

к которым у него претензий не было.

В самом деле в левую и правую части (1) входят величины различной природы : слева – геометрические R^{ik} , R , характеризующие кривизну пространства-времени; справа – тензор энергии-импульса T^{ik} , характеризующий динамические свойства материи. Теория выглядела бы безупречно с эстетической точки зрения, если бы в ее уравнения входили бы величины одной природы – геометрической.

Если рассматривать все известные в настоящее время поля, как проявление одного суперполя, то можно прийти к мысли, что наиболее общим описанием такого поля, было бы описание когда величина взаимодействия пробной частицы с суперполем определялась бы в частности и энергией – импульсом самой пробной частицы. На основе допущения, что физические величины и в том числе фундаментальный метрический тензор g^{ik} могут зависеть не только от пространственных координат и времени, но и от энергии и импульсов пробных частиц предлагается рассмотреть вариант обобщения ОТО.

§ 2 4-фазовое пространство.

В каждой 4-точке пространства-времени может появиться частица с любым значением энергии и импульса. Восемь координат $(x, p) = (x^\mu, p^\mu)$ $\mu = 0, 1, 2, 3$

определяют точку 4-пространства координат - импульсов - 4-фазового пространства.

Разумеется, размерности $[x^\mu]$ и $[p^\mu]$ должны быть одинаковыми и иметь размерность расстояния, что достигается использованием константы перевода $const_{x \leftarrow p}$.

$$p^\mu_{\text{размерность расстояния}} = const_{x \leftarrow p} \cdot p^\mu_{\text{размерность импульса}}.$$

Эту константу можно сконструировать из планковских величин:

$$l_{nl} = \sqrt{\hbar \cdot G / c^3} = 1.6 \cdot 10^{-35} \text{ м}$$

$$m_{nl} = \sqrt{\hbar \cdot c / G} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ кг}$$

$$t_{nl} = \sqrt{\hbar \cdot G / c^5} = 5 \cdot 10^{-44} \text{ сек}.$$

$$const_{x \leftarrow p} = \frac{t_{nl}}{m_{nl}} = \frac{G}{c^3} = 2.5 \cdot 10^{-36} \text{ сек / кг}$$

$\hbar$ - постоянная Планка, G - гравитационная постоянная, c - скорость света.

Разграничим понятие “событие” и “точка” 4-фазового пространства.

“Событие” с координатами (x, p) в 4-ФП означает, что в 4-точке пространства-времени

$x = (x^0, x^1, x^2, x^3)$ находится частица с энергией-импульсом $p = (p^0, p^1, p^2, p^3)$.

“Точка” с координатами (x, p) в 4-ФП означает, что в 4-точке пространства-времени

$x = (x^0, x^1, x^2, x^3)$ может находиться частица с энергией-импульсом $p = (p^0, p^1, p^2, p^3)$.

Как и в ОТО откажемся от физического смысла координат, с какой либо процедурой измерения. Переход от одной системы координат 4-ФП к другой осуществляется по формулам:

$$x'^i = f^i(x^0, x^1, x^2, x^3; p^0, p^1, p^2, p^3), \quad p'^i = q^i(x^0, x^1, x^2, x^3; p^0, p^1, p^2, p^3) \quad (2)$$

$$\text{в частном случае: } x'^i = f^i(x^0, x^1, x^2, x^3), \quad p'^i = q^i(p^0, p^1, p^2, p^3) \quad (2')$$

Совокупность четырех величин A^i или A_i назовем контравариантным или

соответственно ковариантным x -вектором, если при преобразованиях координат они преобразуются, как

$$A^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} \cdot A'^k, \quad A_i = \frac{\partial x'^k}{\partial x^i} \cdot A'_k$$

Совокупность четырех величин B^i или B_i назовем контравариантным или

соответственно ковариантным p -вектором, если при преобразованиях координат они преобразуются, как

$$B^i = \frac{\partial p^i}{\partial p'^k} B'^k, \quad B_i = \frac{\partial p'^k}{\partial p^i} B'_k$$

Аналогичным образом определяется в 4-ФП 4-тензоры различных рангов по x или по p .

Естественно, что одна и та же совокупность величин может быть, как тензором по x ,

так и тензором по p . Условимся индексы по x тензора подчеркивать снизу, индексы

по p тензора подчеркивать сверху, а индексы и по x и по p оставлять без подчеркивания.

Например, компоненты тензора $A^{ij\bar{k}}_{n\bar{l}\bar{m}}$ при преобразованиях координат преобразуются

по закону:

$$A'^{ij\bar{k}}_{n\bar{l}\bar{m}} = \frac{\partial x^i}{\partial x'^r} \cdot \frac{\partial x^j}{\partial x'^s} \cdot \frac{\partial p^k}{\partial p'^t} \cdot \frac{\partial x'^q}{\partial x^n} \cdot \frac{\partial p'^f}{\partial p^l} \cdot \frac{\partial x'^\varphi}{\partial x^m} \cdot A^{rst}_{q\bar{f}\varphi} = \frac{\partial x^i}{\partial x'^r} \cdot \frac{\partial p^j}{\partial p'^s} \cdot \frac{\partial p^k}{\partial p'^t} \cdot \frac{\partial p'^q}{\partial p^n} \cdot \frac{\partial p'^f}{\partial p^l} \cdot \frac{\partial x'^\varphi}{\partial x^m} \cdot A^{rst}_{q\bar{f}\varphi}$$

При таких обозначениях $A^{\bar{i}}, A_{\bar{i}}$ - векторы по p , A^i, A_i - векторы по x ,

A^i, A_i - векторы по x и по p :

$$A^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} \cdot A'^k, \quad A_{\bar{i}} = \frac{\partial x'^k}{\partial x^i} \cdot A'_k, \quad A^{\bar{i}} = \frac{\partial p^i}{\partial p'^k} \cdot A'^k, \quad A_{\bar{i}} = \frac{\partial p'^k}{\partial p^i} \cdot A'_k$$

$$A^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} \cdot A'^k = \frac{\partial p^i}{\partial p'^k} \cdot A'^k, \quad A_{\bar{i}} = \frac{\partial x'^k}{\partial x^i} \cdot A'_k = \frac{\partial p'^k}{\partial p^i} \cdot A'_k$$

Для вектора по x и по p с необходимостью имеем: $\frac{\partial x^i}{\partial x'^k} = \frac{\partial p^i}{\partial p'^k}, \quad \frac{\partial x'^k}{\partial x^i} = \frac{\partial p'^k}{\partial p^i}$

Формулы ковариантного дифференцирования в 4-ФП будут иметь аналогичный для обычного ковариантного дифференцирования тензоров вид. Для этого надо учитывать по каким переменным x^i или p^i производится дифференцирование.

$$A^i{}_{;l} = \frac{\partial A^i}{\partial x^l} + \Gamma^i{}_{kl} \cdot A^k$$

$$A^i{}_{;l} = \frac{\partial A^i}{\partial p^l} + L^i{}_{kl} \cdot A^k$$

$$A^i{}_{;l} = \frac{\partial A^i}{\partial x^l} + \Gamma^i{}_{kl} \cdot A^k = \frac{\partial A^i}{\partial p^l} + L^i{}_{kl} \cdot A^k$$

Здесь $\Gamma^i{}_{kl}$ и $L^i{}_{kl}$ - аналоги символов Кристоффеля, которые являются функциями как от x^n так и от p^n : $\Gamma^i{}_{kl} = \Gamma^i{}_{kl}(x^n, p^n)$, $L^i{}_{kl} = L^i{}_{kl}(x^n, p^n)$

Интервал $d\sigma^2 = g_{ik}(x, p) \cdot (dx^i dx^k + dp^i dp^k)$

при любых преобразованиях 4-ФП (2) будет инвариантом.

Можно доказать, что при ковариантном дифференцировании g_{ik} следует рассматривать как постоянные, то есть

$$g_{ik;l} = 0 \quad , \quad g_{ik;l} = 0 \quad , \quad g_{ik;l} = 0$$

и символы Кристоффеля выражаются, через метрический тензор:

$$\Gamma^i{}_{kl} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{il}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i} \right) = \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial x^k}$$

$$L^i{}_{kl} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial g_{ik}}{\partial p^l} + \frac{\partial g_{il}}{\partial p^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial p^i} \right) = \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial p^k}$$

Формулы, выражающие связь каких либо величин через метрический тензор в обычном пространстве – времени, будут справедливы и в 4-ФП.

Например,

$$A^i{}_{;l} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \cdot \frac{\partial (\sqrt{-g} A^i)}{\partial x^l} \quad , \quad A^i{}_{;i} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \cdot \frac{\partial (\sqrt{-g} A^i)}{\partial p^i}$$

В 4-ФП можно интегрировать одновременно, как по поверхности в 4-координатном пространстве-времени, так и по поверхности в 4-импульсном пространстве.

В этом случае элемент интегрирования будет равен произведению соответствующих элементов интегрирования. В соответствующем 4-пространстве, координатном или импульсном, возможны четыре рода интегрирования:

- 1) Интеграл по одномерной поверхности. Элемент интегрирования:
 dx^i или dp^i
- 2) Интеграл по двумерной поверхности. Элемент интегрирования:
 $df_{(x)}^{ik} = dx^i \cdot dx'^k - dx^k dx'^i$ или $df_{(p)}^{ik} = dp^i \cdot dp'^k - dp^k dp'^i$
 dx^i, dx'^i ; dp^i, dp'^i - пары 4-векторов
- 3) Интеграл по гиперповерхности. Элемент интегрирования:

$$dS_{(x)}^i = -\frac{1}{6} \cdot e^{iklm} \cdot dS_{(x)klm} \quad \text{или} \quad dS_{(p)}^i = -\frac{1}{6} \cdot e^{iklm} \cdot dS_{(p)klm}$$

$$dS_{(x)}^{ikl} = \begin{vmatrix} dx^i & dx'^i & dx''^i \\ dx^k & dx'^k & dx''^k \\ dx^l & dx'^l & dx''^l \end{vmatrix} \quad \text{или} \quad dS_{(p)}^{ikl} = \begin{vmatrix} dp^i & dp'^i & dp''^i \\ dp^k & dp'^k & dp''^k \\ dp^l & dp'^l & dp''^l \end{vmatrix}$$

dx^i, dx'^i, dx''^i ; dp^i, dp'^i, dp''^i тройки 4-векторов.

4) Интеграл по 4-объему. Элемент интегрирования:

$$d\Omega_{(x)} = dx^0 \cdot dx^1 \cdot dx^2 \cdot dx^3 \quad \text{или} \quad d\Omega_{(p)} = dp^0 \cdot dp^1 \cdot dp^2 \cdot dp^3$$

Интеграл по замкнутой гиперповерхности преобразуется в интеграл по заключенному в ней 4-объему путем замены элемента интегрирования на оператор:

$$dS_i^{(x)} \rightarrow d\Omega^{(x)} \cdot \frac{\partial}{\partial x^i} \quad \text{или} \quad dS_i^{(p)} \rightarrow d\Omega^{(p)} \cdot \frac{\partial}{\partial p^i}$$

Например,

$$\oint A^i \cdot \sqrt{-g} \cdot dS_i^{(x)} = \int \frac{\partial(\sqrt{-g} \cdot A^l)}{\partial x^l} d\Omega^{(x)} \quad \text{или} \quad \oint A^i \cdot \sqrt{-g} \cdot dS_i^{(p)} = \int \frac{\partial(\sqrt{-g} \cdot A^l)}{\partial p^l} d\Omega^{(p)}$$

То есть теорема Гаусса имеет место и для 4-ФП.

Из принципа наименьшего действия:

$$\delta S = \delta \int d\sigma = 0$$

можно найти уравнение геодезической линии в 4-ФП:

$$\frac{d^2 x^i}{d\sigma^2} + \Gamma_{kl}^i \cdot \frac{dx^k}{d\sigma} \cdot \frac{dx^l}{d\sigma} + \frac{d^2 p^i}{d\sigma^2} + L_{kl}^i \cdot \frac{dp^k}{d\sigma} \cdot \frac{dp^l}{d\sigma} = 0$$

§ 3 Тензоры кривизны 4-ФП. Уравнения поля.

Изменение δA^i компонент вектора $A^i(x, p)$ при бесконечно малом параллельном переносе из 4-точки (x^i, p^i) в 4-точку $(x^i + dx^i, p^i + dp^i)$ линейно зависит от величины самих компонент и определяется так:

$$\delta A^i = -\Gamma_{kl}^i A^k dx^l - L_{kl}^i A^k dp^l$$

Изменение вектора при параллельном переносе вдоль бесконечно малого замкнутого контура:

$$\Delta A_k = \oint (\Gamma_{kl}^i \cdot A_i \cdot dx^l + L_{kl}^i \cdot A_i \cdot dp^l)$$

Производя вычисления, получим:

$$\Delta A_k = \frac{1}{2} \cdot [R_{klm}^i \cdot \Delta f_{(x)}^{lm} + T_{klm}^i \cdot \Delta f_{(p)}^{lm}] \cdot A_i$$

(3)

$$R^i_{k\bar{l}m} = \frac{\partial \Gamma^i_{km}}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma^i_{kl}}{\partial x^m} + \Gamma^i_{nl} \cdot \Gamma^n_{km} - \Gamma^i_{nm} \cdot \Gamma^n_{kl}$$

$$T^i_{k\bar{l}m} = \frac{\partial L^i_{km}}{\partial p^l} - \frac{\partial L^i_{kl}}{\partial p^m} + L^i_{nl} \cdot L^n_{km} - L^i_{nm} \cdot L^n_{kl}$$

Для тензоров кривизны справедливы также формулы:

$$A_{i;k;\bar{l}} - A_{i;l;\bar{k}} = A_m \cdot R^m_{ik\bar{l}}$$

$$A_{i;\bar{k};\bar{l}} - A_{i;\bar{l};\bar{k}} = A_m \cdot T^m_{ik\bar{l}}$$

4-Фазовое пространство будет плоским по x , если компоненты метрического тензора g_{ik} не зависят от координат x^i , и плоским по p , если g_{ik} не зависят от импульсных координат p^i . Если g_{ik} являются константами, то 4-фазовое пространство плоское. Критерии, позволяющие определить, является ли 4-ФП плоским или искривленным следующие:

- 1) 4-ФП будет плоским по x тогда и только тогда, когда $R^i_{k\bar{l}m} = 0$
- 2) 4-ФП будет плоским по p тогда и только тогда, когда $T^i_{k\bar{l}m} = 0$
- 3) 4-ФП будет плоским тогда и только тогда, когда $R^i_{k\bar{l}m} = 0$, $T^i_{k\bar{l}m} = 0$

Величины $R^i_{k\bar{l}m}$ и $T^i_{k\bar{l}m}$ обладают свойствами тензора кривизны 4-пространства-времени.

Уравнения суперполя выводятся из принципа наименьшего действия: $\delta S = 0$ (4)

В качестве действия для суперполя выберем скаляр:

$$S = \int (R\sqrt{-g} + T\sqrt{-g})d\Omega_{(x)}d\Omega_{(p)}$$

При этом

$$\delta S = \delta \int (G + \Lambda)\sqrt{-g} \cdot d\Omega_{(x)}d\Omega_{(p)}$$

$$G = g^{ik} (\Gamma^m_{il} \cdot \Gamma^l_{km} - \Gamma^l_{ik} \cdot \Gamma^m_{lm}) ; \quad \Lambda = g^{ik} (L^m_{il} \cdot L^l_{km} - L^l_{ik} \cdot L^m_{lm})$$

Плотность функции Лагранжа $\mathcal{L} = G + \Lambda$ не содержит производных выше первой степени. Проводя рассуждения, аналогичные в [1] из (4) получим уравнения суперполя:

$$R^{ik} = \frac{8\pi k}{c^4} \cdot T^{ik} \quad (5)$$

Здесь $R^{ik} = g_{lm} \cdot R^{lmik}$, $T^{ik} = g_{lm} \cdot T^{ik\bar{l}m}$ - тензоры Риччи соответственно по x и по p .

В отличие от уравнений Эйнштейна (1), в правых и левых частях уравнений (5) фигурируют величины, имеющие геометрический смысл.

Если тензор кривизны по p 4-ФП равен нулю

$$T^{ik\bar{l}m} = 0,$$

то метрический тензор g_{ik} функционально зависит только от пространственных координат и времени $g_{ik} = g_{ik}(x)$ и уравнения суперполя имеют вид

$$R^{ik} = 0,$$

то есть представляют собой не что иное, как уравнения гравитационного поля в пустоте.

Пренебрегая гравитационным взаимодействием

$$R^{iklm} = 0$$

то есть $g_{ik}(x, p) = g_{ik}(p)$,

получим уравнения суперполя в виде:

$$T^{ik} = 0$$

Наиболее вероятно, что импульсное пространство изотропно по направлению. Рассмотрим суперполе, обладающее центральной симметрией в импульсном пространстве. Тогда для решения уравнения (5) можно применить такой же метод, каким решаются уравнения Эйнштейна для центрально симметричного гравитационного поля в пустоте. Импульсно энергетическая метрика в этом случае

$$dm^2 = \left(1 + \frac{\text{const}}{p}\right) \cdot dE^2 - p^2 \cdot (\sin^2 \theta \cdot d\varphi^2 + d\theta^2) - \frac{dp^2}{1 + \frac{\text{const}}{p}}$$

§ 4 Закон сохранения для суперполя.

Следуя Дираку [2] введем в рассмотрение величину t_k^i , определяемую соотношением:

$$t_k^i \cdot \sqrt{-g} = \frac{\partial(\mathfrak{P} \cdot \sqrt{-g})}{\partial g_{nm,i}} \cdot g_{nm,k} + \frac{\partial(\mathfrak{P} \cdot \sqrt{-g})}{\partial g_{nm,\bar{i}}} \cdot g_{nm,\bar{k}} - g_k^i \cdot ? \cdot \sqrt{-g}$$

Здесь

$$g_{nm,i} = \frac{\partial g_{nm}}{\partial x^i}, \quad g_{nm,\bar{i}} = \frac{\partial g_{nm}}{\partial p^i}.$$

Величина $? \cdot \sqrt{-g} = \sqrt{-g} \cdot (G + \Lambda)$ не является скаляром. Значит t_k^i - псевдотензор.

Дивергенция этой величины равна нулю:

$$\frac{\partial(\mathfrak{P}_k^i \cdot \sqrt{-g})}{\partial x^i} + \frac{\partial(\mathfrak{P}_k^i \cdot \sqrt{-g})}{\partial p^i} = 0$$

Сохраняющуюся плотность $t_k^i \cdot \sqrt{-g}$ рассматриваем в качестве плотности

энергии-импульса суперполя. t_k^i - псевдотензор.

Проводя рассуждения, аналогичные в [2] получим явное выражение для псевдотензора:

$$t_k^i \cdot \sqrt{-g} = (\Gamma_{nm}^i - g_m^i \cdot \Gamma_{nt}^t) \frac{\partial(\mathfrak{G}^{nm} \sqrt{-g})}{\partial x^k} + (L_{nm}^i - g_m^i \cdot L_{nt}^t) \frac{\partial(\mathfrak{G}^{nm} \sqrt{-g})}{\partial p^k} - g_k^i \cdot ? \cdot \sqrt{-g}$$

где

$$? = g^{nm} \cdot (\Gamma_{nl}^t \cdot \Gamma_{mt}^l - \Gamma_{nm}^l \cdot \Gamma_{lt}^t) + g^{nm} \cdot (L_{nl}^t \cdot L_{mt}^l - L_{nm}^l \cdot L_{lt}^t)$$

§ 5 Заключение.

В основе предлагаемого обобщения ОТО установлены следующие положения:

1. Физические процессы протекают в 4-фазовом пространстве.
2. Суперполе описывается симметричным тензорным полем второго ранга на этом многообразии - метрикой $g_{ik}(x, p)$ в 4-ФП.
3. Пробная частица движется или совершает превращения по геодезическим линиям в 4-ФП.
4. Уравнения суперполя имеют вид:

$$R^{ik} = \chi \cdot T^{ik}$$

Литература

- [1] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц “Теория поля” М., Наука, 1973г.
- [2] П.А.М. Дирак “Общая теория относительности” М., Атомиздат 1978 г.
- [3] Г.Е. Горелик “Почему пространство трехмерно?” М., Наука, 1982г.

Россия. Краснодарский край. г. Армавир. 1987г. .

mail-to: naumenko_ju@mail.ru http:// www.etvp.narod.ru

Содержание:

1. Работа силы тяготения по удержанию спутника на орбите. Работа источника силы.	 4
2. Возможность построения единой теории поля на основе обобщения электродинамики Максвелла.	 36
3. Квантование инвариантов тензора момента свободной частицы.	 49
4. Проект единой теории поля на основе обобщения ОТО.	 57

Об авторе.

Науменко Юрий Викторович родился 18 мая 1955г. в г. Тихорецке Краснодарского края. В 1977г. закончил физико-математический факультет Армавирского педагогического института. Работал на предприятиях и в учреждениях г.Армавира.

Книга размещена на сайте www.etvp.narod.ru

e-mail автора: naumenko_ju@mail.ru

Адрес: 352913 Краснодарский край, г. Армавир ,
ул. Азовская 9 кв. 45 Науменко Ю.В.

Россия, Краснодарский край, г. Армавир, ул. Азовская 9 , кв. 45 , 2010г.

mail-to: naumenko_ju@mail.ru http:// www.etvp.narod.ru

8 декабря 2010 г.

Науменко Ю.В.

Федеральное государственное унитарное предприятие
«Всероссийский научно-технический
информационный центр»

Свидетельство

Настоящий документ удостоверяет, что интеллектуальный продукт
под названием

Единая теория векторных полей (от электродинамики Максвелла
к единой теории поля)

Представленный

Науменко Юрием Викторовичем

Зарегистрирован ФГУП «ВНТИЦ» 16 октября 2006 г.

Под номером 72200600020

Рукопись описания интеллектуального продукта,
Представленная на 18 листах,
хранится в информационном фонде ФГУП «ВНТИЦ»

Заместитель директора



Т.Д. Столярова



Министерство культуры и массовых коммуникаций
Российской Федерации

Федеральное агентство по печати и массовым коммуникациям
РОССИЙСКАЯ ордена "Знак Почета" КНИЖНАЯ ПАЛАТА

119019, Москва, Кремлевская наб., 1/9
тел. (095) 203-56-08
факс: (095) 298-25-90
http://www.bookchamber.ru
mailto: info@bookchamber.ru

от 04.12.06 № 463/6

Науменко Юрию Викторовичу

352913, Краснодарский край,
г. Армавир, ул. Азовская, 9, кв. 45

По Вашему запросу (от 11 ноября 2006 г.) о поступлении в Российскую книжную палату Вашей книги "Единая теория векторных полей" сообщая, что данное издание поступило в Российскую книжную палату и зарегистрировано за номером - 06-50077.

Науменко, Юрий Викторович.

Единая теория векторных полей : кн. Для чтения, предназначенная лицам, интересующимся проблемой единой теории поля / Науменко Ю. В. - Армавир, печ. 2006. - 136 с. : ил.; 20 см. - Формат бумаги 60x84/16. - Заказ 716у.

Библиогр.: с. 135.

ISBN 5-93750-147-0, 100 экз.

Подписана "В печать" - 15.05.2006

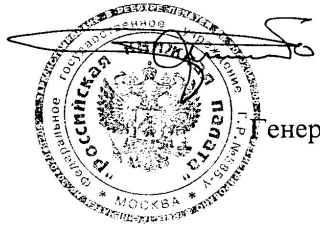
Поступила в Российскую книжную палату в количестве 16 экз. - 24.08.2006

Зарегистрирована в Российской книжной палате за номером - [06-50077]

- - 1. Квантовая теория полей.

УДК 530.14

ББК 22.31



Генеральный директор
В. А. Сироженко

Подготовлено
01.12.2006
И. И. Ильина
688 52 63

Науменко Юрий Викторович

Развитие понятий поля, работы, момента импульса

Подписано в печать 9.12.2010г. Формат бумаги 60x84/8 Бумага офсетная. Печать офсетная.
Условных п.л. 8,5. Уч. изд. 9,0. Заказ 2025у. Тираж 100.
Открытое Акционерное общество “Армавирское полиграфпредприятие”.
352900, Россия, г. Армавир, ул. Комсомольская, 123.